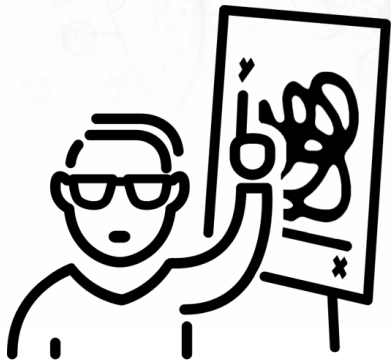


ARTGORITMY / 05

ESTETICKÉ TRANSFORMACE

■ Repetice, parametrizace a rytmus algoritmů



■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

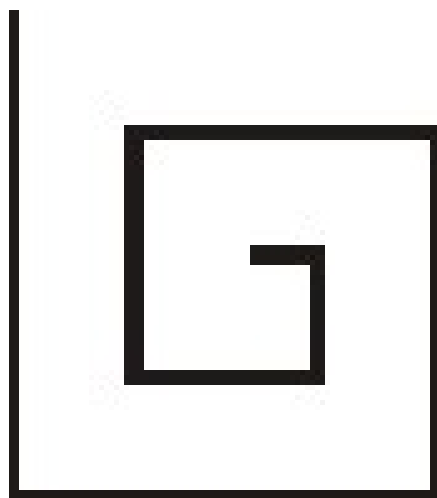
- **Spirolaterály**
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - efekt Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- Moiré
- Geometrické substituce



Lámání úseček

Frank C. Odds, 1973; Robert Krawczyk, 1999

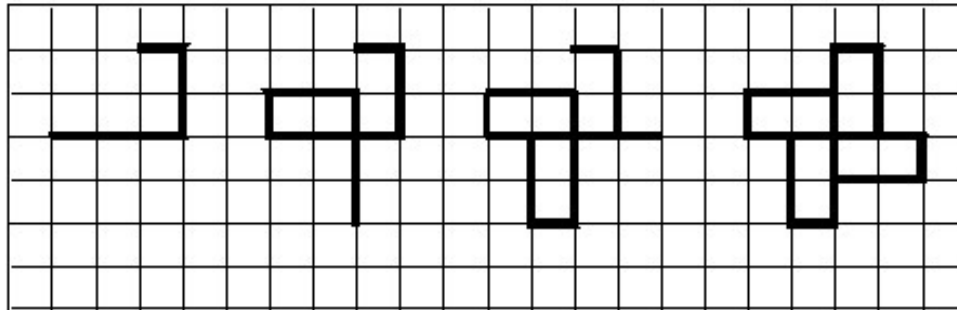
**Spirolaterály jsou podobné křivkám vyplňujícím prostor
(*space filling curves*)**



**Základní křivka —
prodlužované segmenty
s konstantním úhlem otočení α**

Počet segmentů — řád křivky n

Opakované navazování m cyklů základní křivky s konstantním úhlem otočení α



pravoúhlá křivka
třetího řádu se
čtyřnásobnou repeticí

Vizuálně bohaté formy vzniklé variací
malé množiny parametrů

Typickým grafickým interpretem je ‚želví grafika‘

Vzorové konfigurace n_α



260



460



560



760



860



1060



145



245



345



545



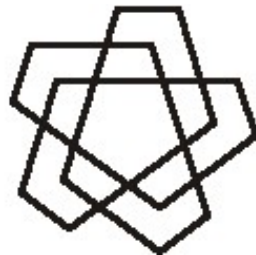
645



1045



8105



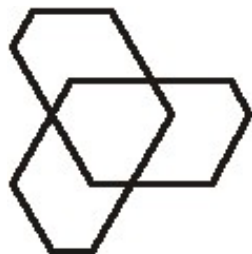
3108



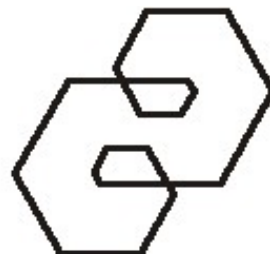
8108



9110



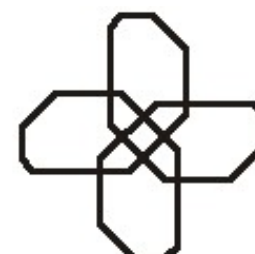
4120



9120

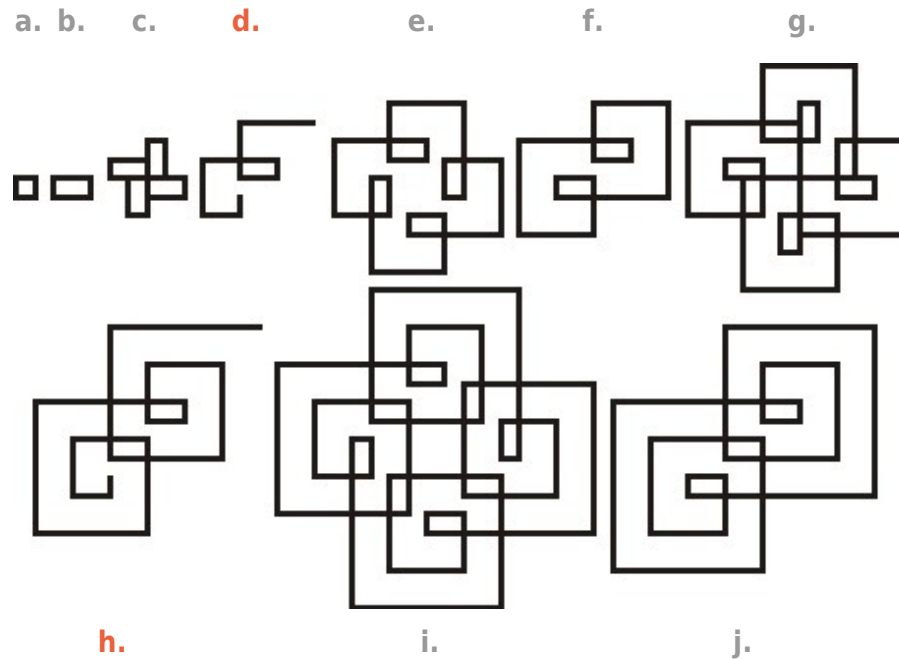


10120



6135

Problém uzavření: $\alpha, n, m = ?$



$$\alpha = \pi/2, n \in 1..10$$

Jak souvisí součtový úhel s uzavřením?

a. $90^\circ \times 1 \times 4 = 360^\circ$

b. $90^\circ \times 2 \times 2 = 360^\circ$

c. $90^\circ \times 3 \times 4 = 1080^\circ$

d. $90^\circ \times 4 \times 1 = 360^\circ$

e. $90^\circ \times 5 \times 4 = 1800^\circ$

f. $90^\circ \times 6 \times 2 = 1080^\circ$

g. $90^\circ \times 7 \times 4 = 2520^\circ$

h. $90^\circ \times 8 \times 1 = 720^\circ$

i. $90^\circ \times 9 \times 4 = 3240^\circ$

j. $90^\circ \times 10 \times 2 = 1800^\circ$

**Odds tvrdí, že je-li součtový úhel násobkem 360° ,
křivka se uzavře — až na výjimku:**

**Je-li součtový úhel násobkem 360° po prvním cyklu
($m = 1$), křivka se neuzavře**

**Odds dále tvrdí, že pokud je α dělitelem 180°
a neplatí zároveň pravidlo 360° po prvním cyklu,
křivka se uzavře**

(opačný směr implikace lze triviálně vyvrátit)

Chybí systematická analýza—

**Krawczyk s pomocí počítače ukazuje,
že se Odds mýlil**

**Krawczyk zkoumá spirolaterály typu $180^\circ/x$
řádu max. 10, s max. 10 cykly**

Počítač generuje všech 290 spirolaterál splňujících podmínky;
z nich by 143 mělo být uzavřených, přitom 10 zůstává
neuzavřených

**Dále zkoumá obecné úhly α od 1° do 180° , opět
s omezením na křivky řádu max. 10 s max. 10 cykly**

Z 1 800 možností by mělo být 561 spirolaterál uzavřených,
ale 113 uzavřených není

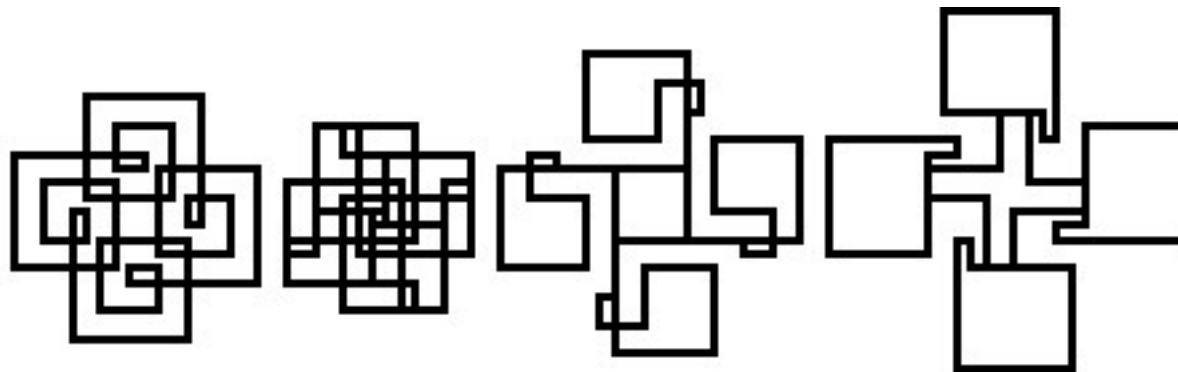
**Oddsova pravidla uzavřenosti neplatí,
problém je dodnes nerozhodnutý**



Reverzibilní spirolaterály

Opačná orientace úhlu α ve vybraných segmentech

Horní indexy značí ‚výhybkové‘ segmenty

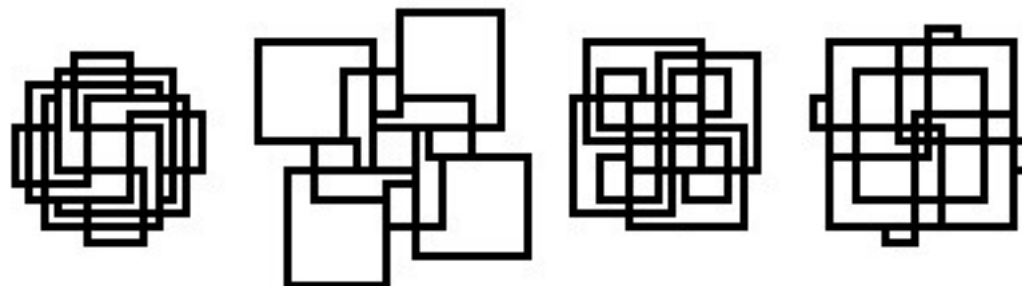


990

9901,2,3

9903,4,5

9902,3,4

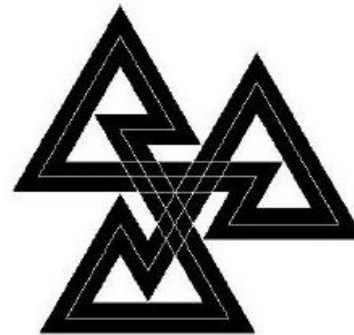
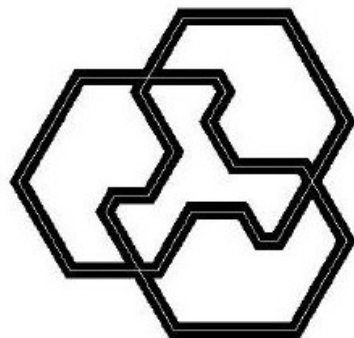


9904,5,6

9903,4,6

9902,3,4,5

9901,2,3,4

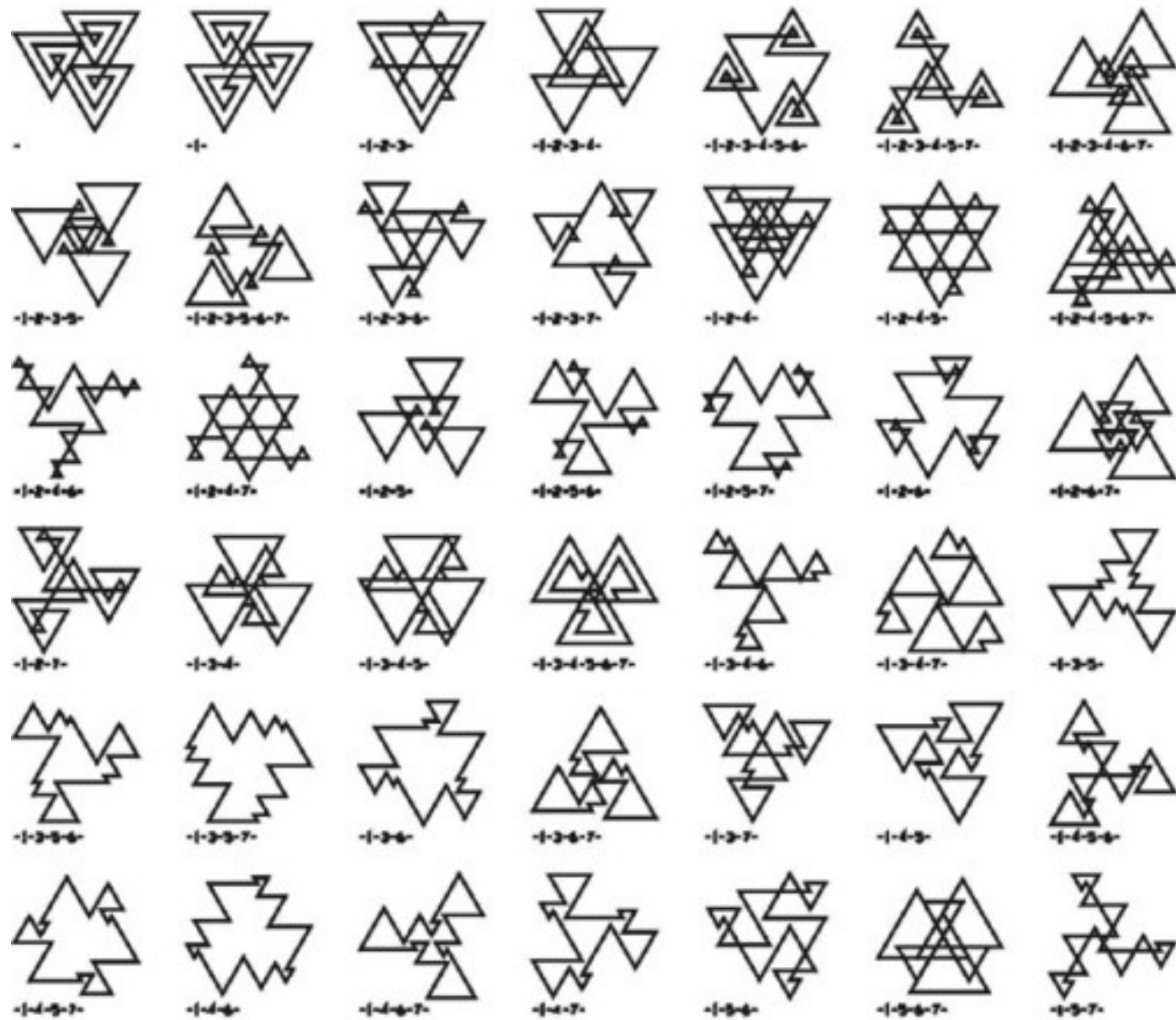


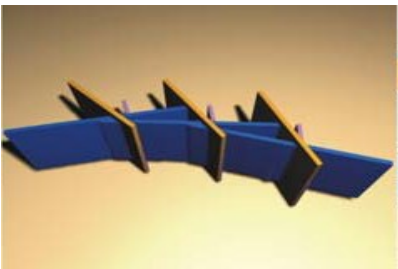
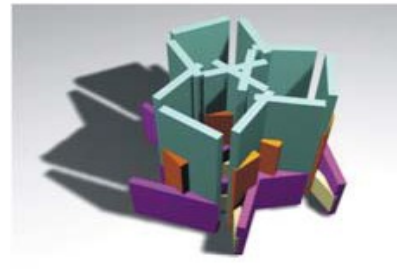
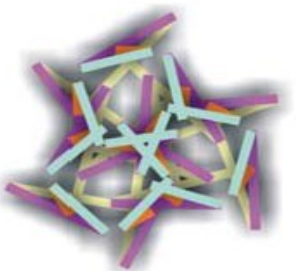
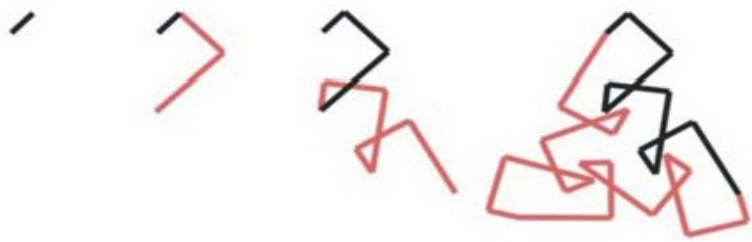
Pro daný řád n existuje 2^n reverzibilních spirolaterál, polovina je zrcadlově symetrická

Pokud je (nereverzibilní) spirolaterála uzavřená, je uzavřená i její libovolná reverzibilní varianta

Čím vyšší řád, tím zajímavější vzory

katalog křivek
typu 760

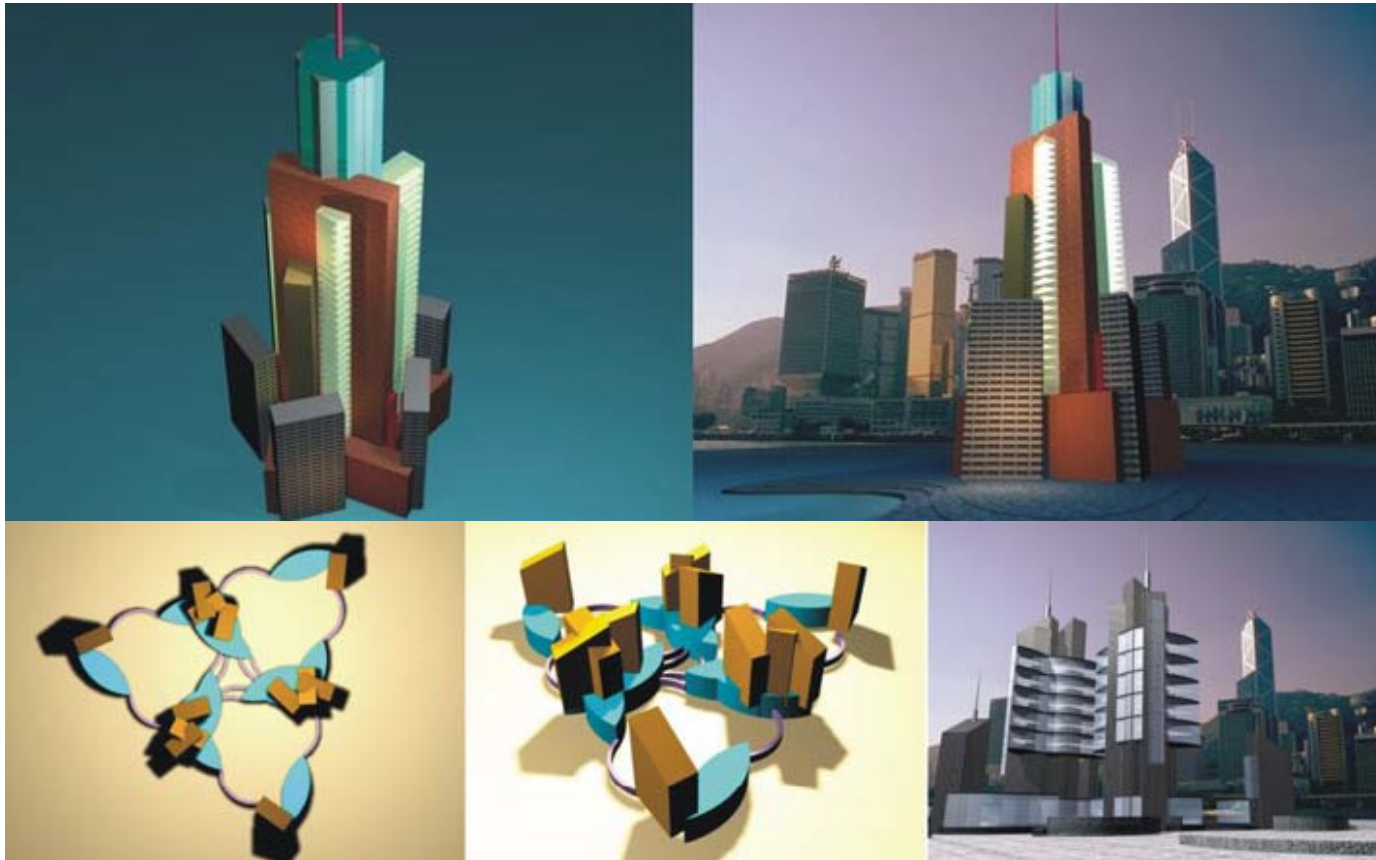




Spirospaces — prostorové spirolaterály

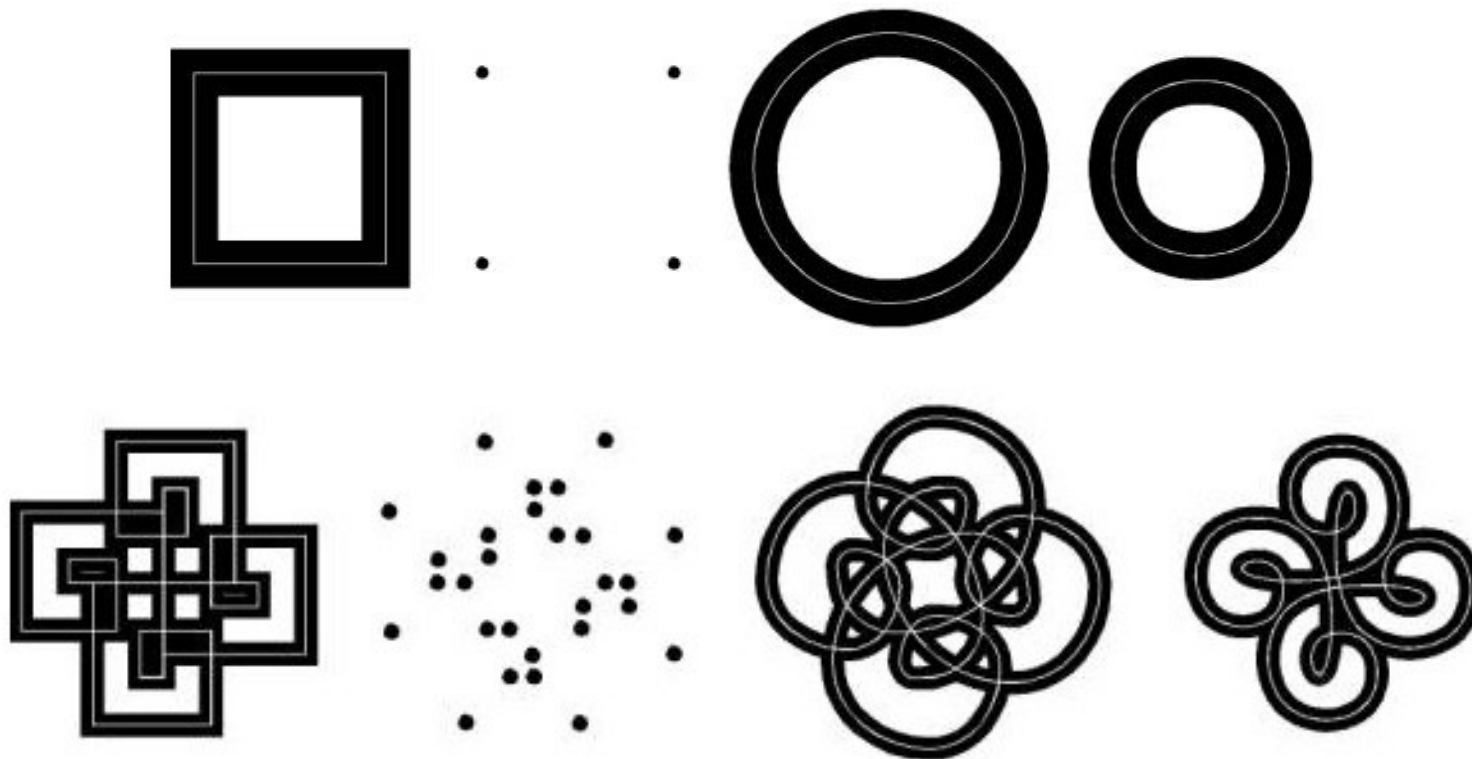
Generativní architektura

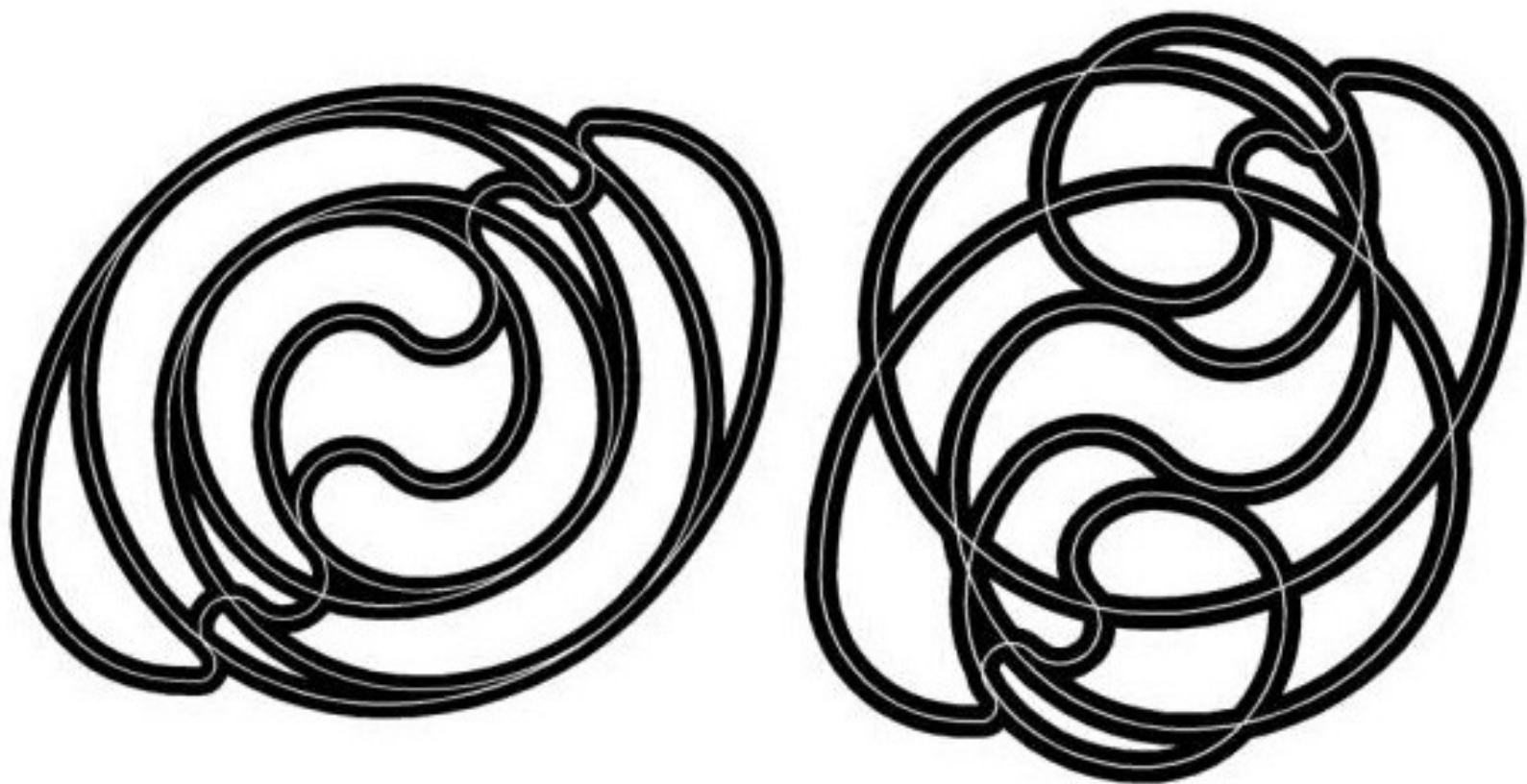
- využití prostorových úhlů
- ‚výška zdi‘ jako nový parametr
- napojování segmentů
 - rovinná a výšková návaznost
- zobecnění úhlové rotace
 - kompozice segmentů do modulu
 - rozvíjení modulu do spirolaterály
- definice materiálů



L. F. Barrionuevo & R. G. López, 2001

Jiné možnosti vizualizace —
řídící vrcholy, kruhové oblouky, splajny,
obrysové křivky...





variacie na křivky typu 1490

■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

- Spirolaterály
- **Transformace a projekce**
 - **geometrická zobrazení**
 - kruhová inverze
 - efekt Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- Moiré
- Geometrické substituce



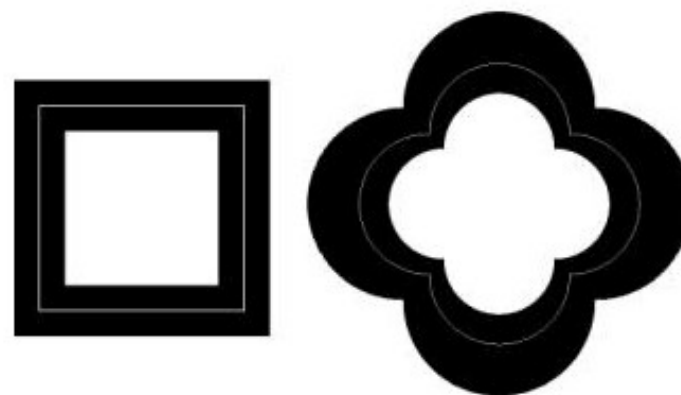
Ohýbání prostoru

Další vizuální formy vzniknou pomocí geometrických transformací a projekcí

Dixon-Lawrence

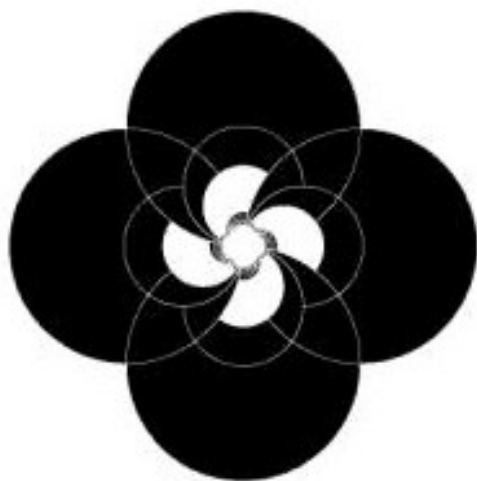
$$X = x \cdot r^2 / (x^2 + y^2)$$

$$Y = y \cdot r^2 / (x^2 + y^2)$$

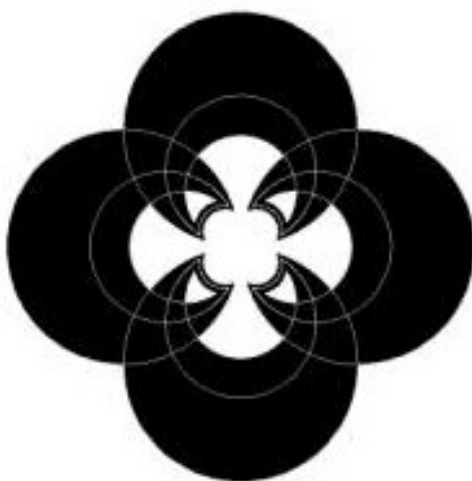


úsečka → oblouk

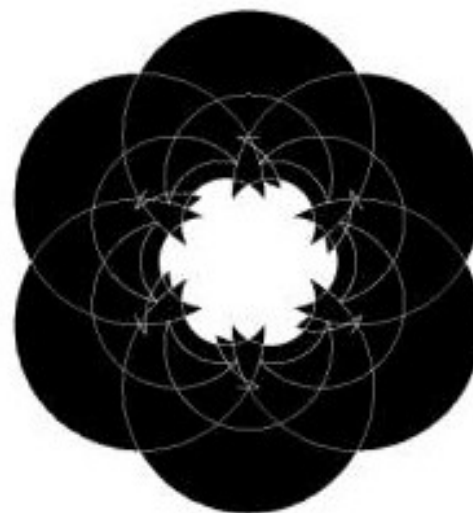
transformace křivky 190



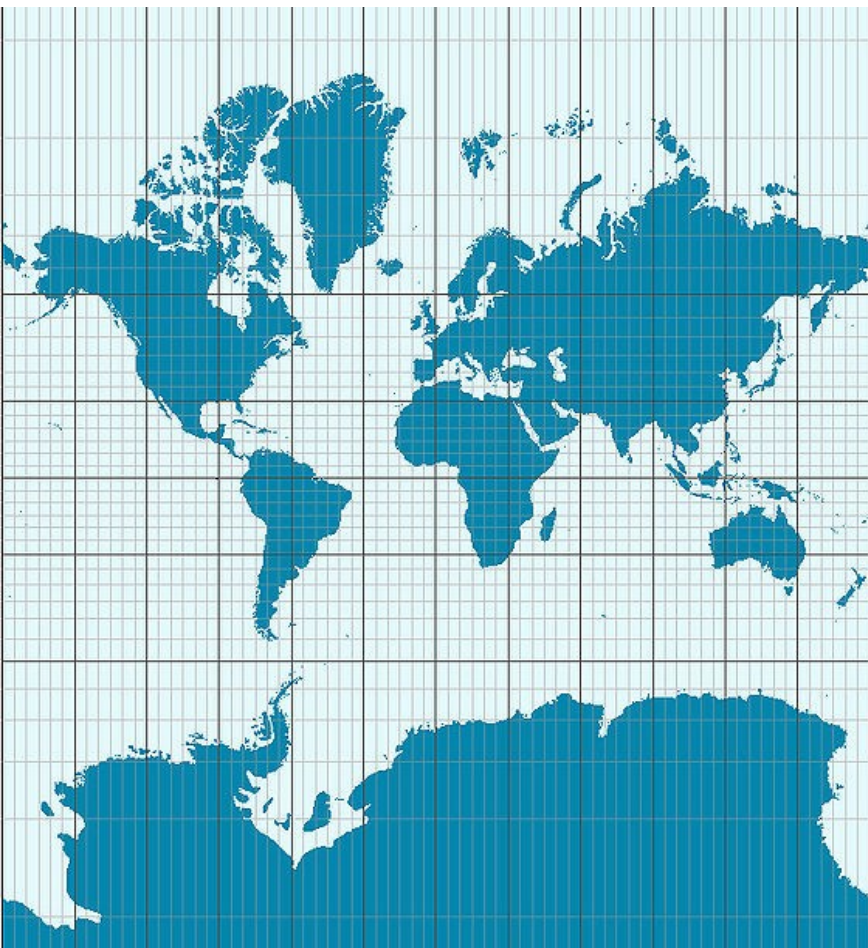
790



245



230



Mercator

Gerardus Mercator, 1569

**Válcové zobrazení sféry
s pravoúhlou sítí poledníků
a rovnoběžek**

**Poledníky ve stejných rozestupech,
rovnoběžky se vzdalují od rovníku
donekonečna**

**Šikmé úsečky na mapě =
loxodromy na sféře**

křivky protínající poledníky
pod stejným úhlem



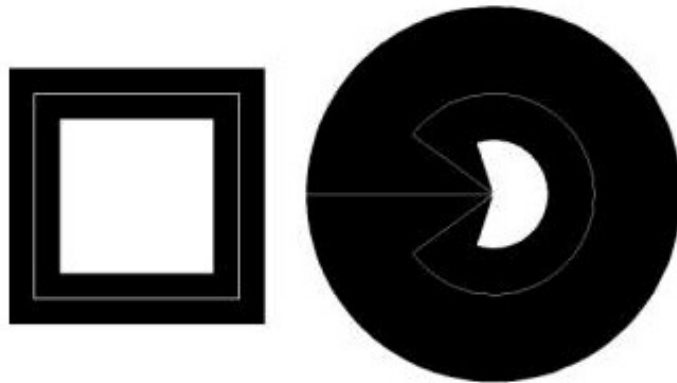


Loxodroma je spirála
estetická sama o sobě

Anti-Mercator

$$\theta = k \cdot x, \quad k = 2\pi / (x_{\max} - x_{\min})$$

$$R = \exp(k \cdot y)$$



horizontály → soustředné kružnice
vertikály → paprscité segmenty
šikmé segmenty → loxodromy

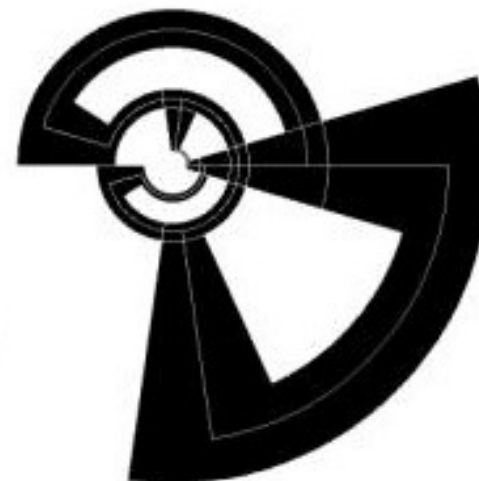
transformace křivky 190



160

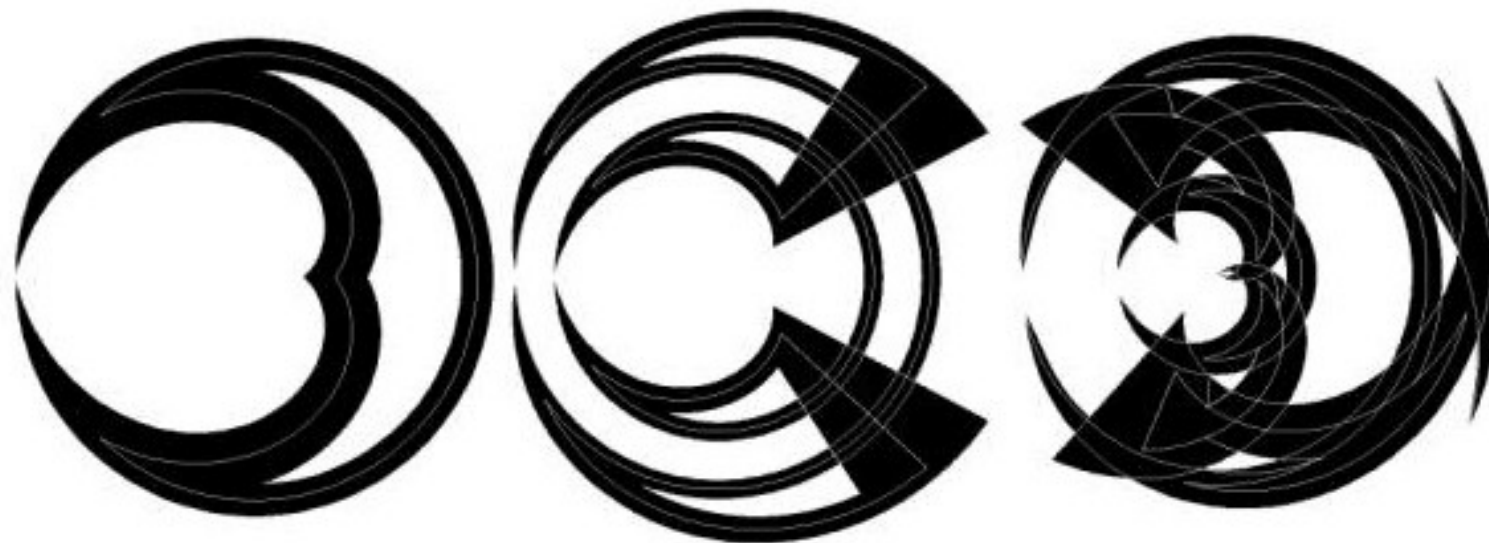


230



390

Varianta bez exponenciály (cirkulární transformace)



160

245

230

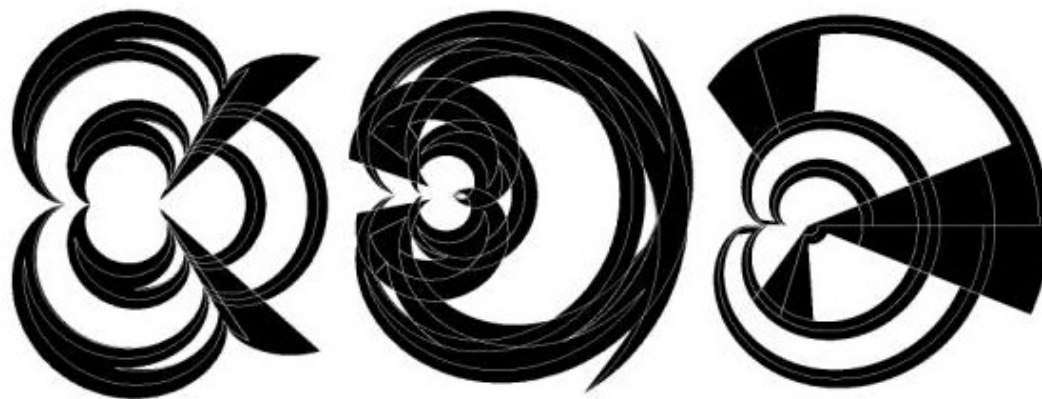
Cykloidní transformace

Epicykloida:

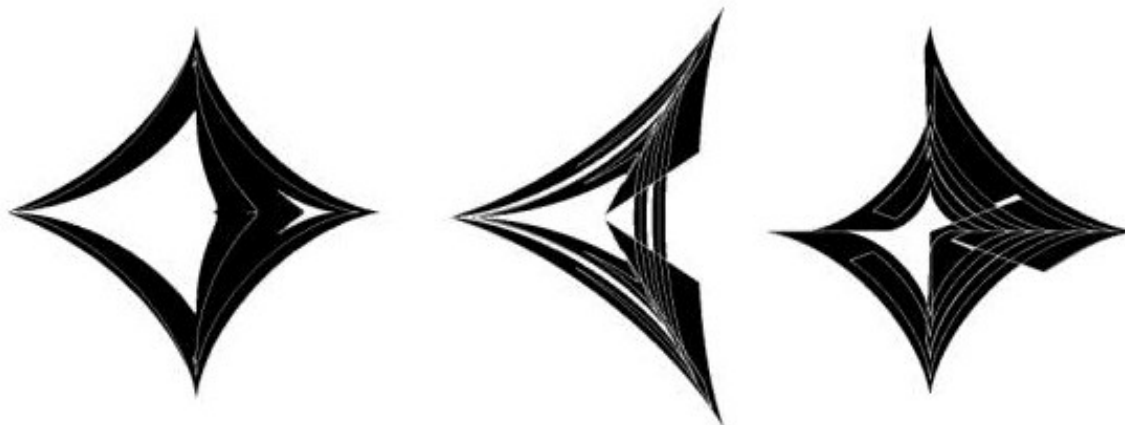
$$\begin{aligned} X &= R \cdot ((n+1) \cos \theta - \cos (n+1) \theta) & n = 2, 3, 4 \\ Y &= R \cdot ((n+1) \sin \theta - \sin (n+1) \theta) \end{aligned}$$

Hypocykloida:

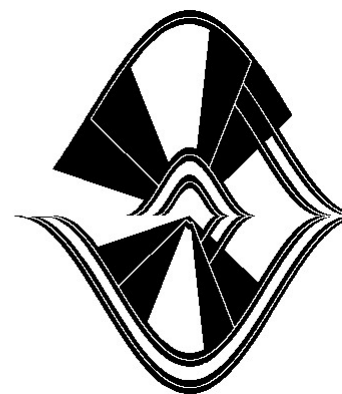
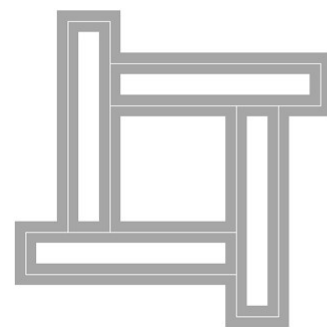
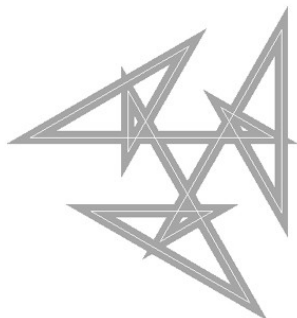
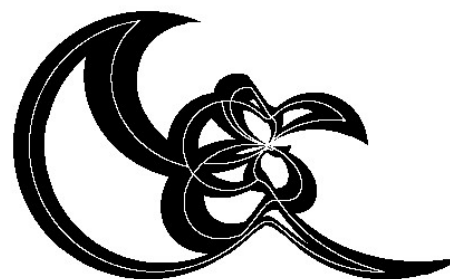
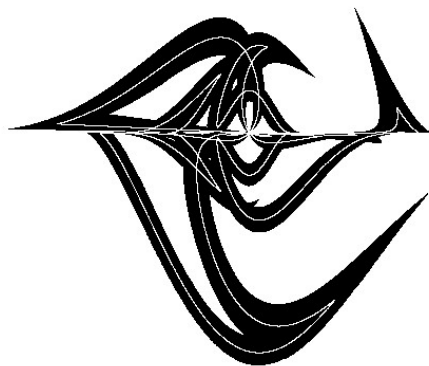
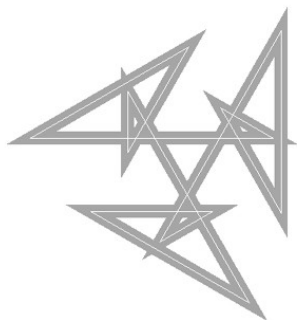
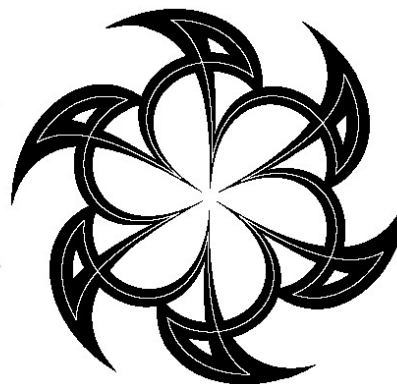
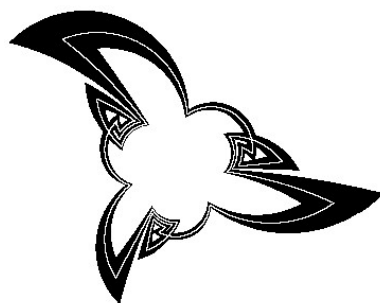
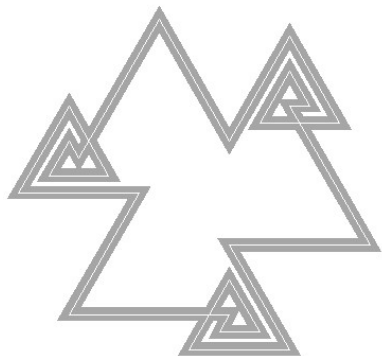
$$\begin{aligned} X &= R \cdot ((n-1) \cos \theta + \cos (n-1) \theta) & n = 3, 4 \\ Y &= R \cdot ((n-1) \sin \theta + \sin (n-1) \theta) \end{aligned}$$



Epicykloidní spirolaterály



Hypocykloidní spirolaterály



■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - **kruhová inverze**
 - efekt Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- Moiré
- Geometrické substituce



Kruhová inverze

$$O = (x_0, y_0)$$

$$x' = x_0 + \frac{k^2(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$y' = y_0 + \frac{k^2(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

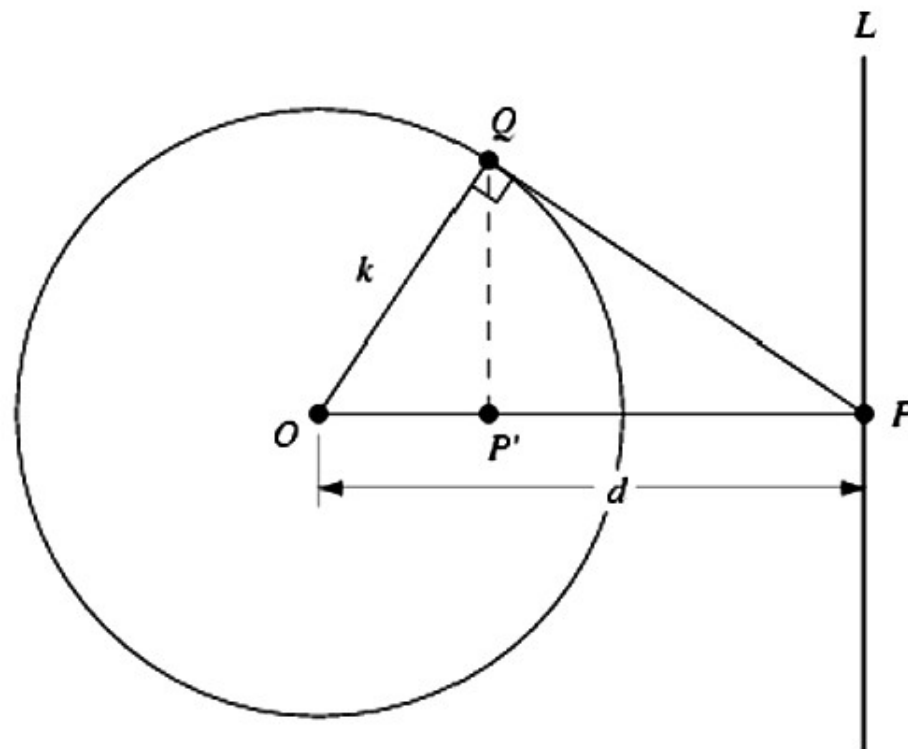
Bodu $P \neq O$ přiřazen bod P'

ležící na polopřímce OP

Deformace vzdáleností

$$|OP| \cdot |OP'| = k^2$$

Zachování úhlů (až na orientaci)



Möbiův prostor

Nevlastní bod ∞ , kterým procházejí všechny přímky roviny

střed O nemá definován obraz

Přímka = speciální případ kruhového oblouku

přímka procházející středem \rightarrow identita

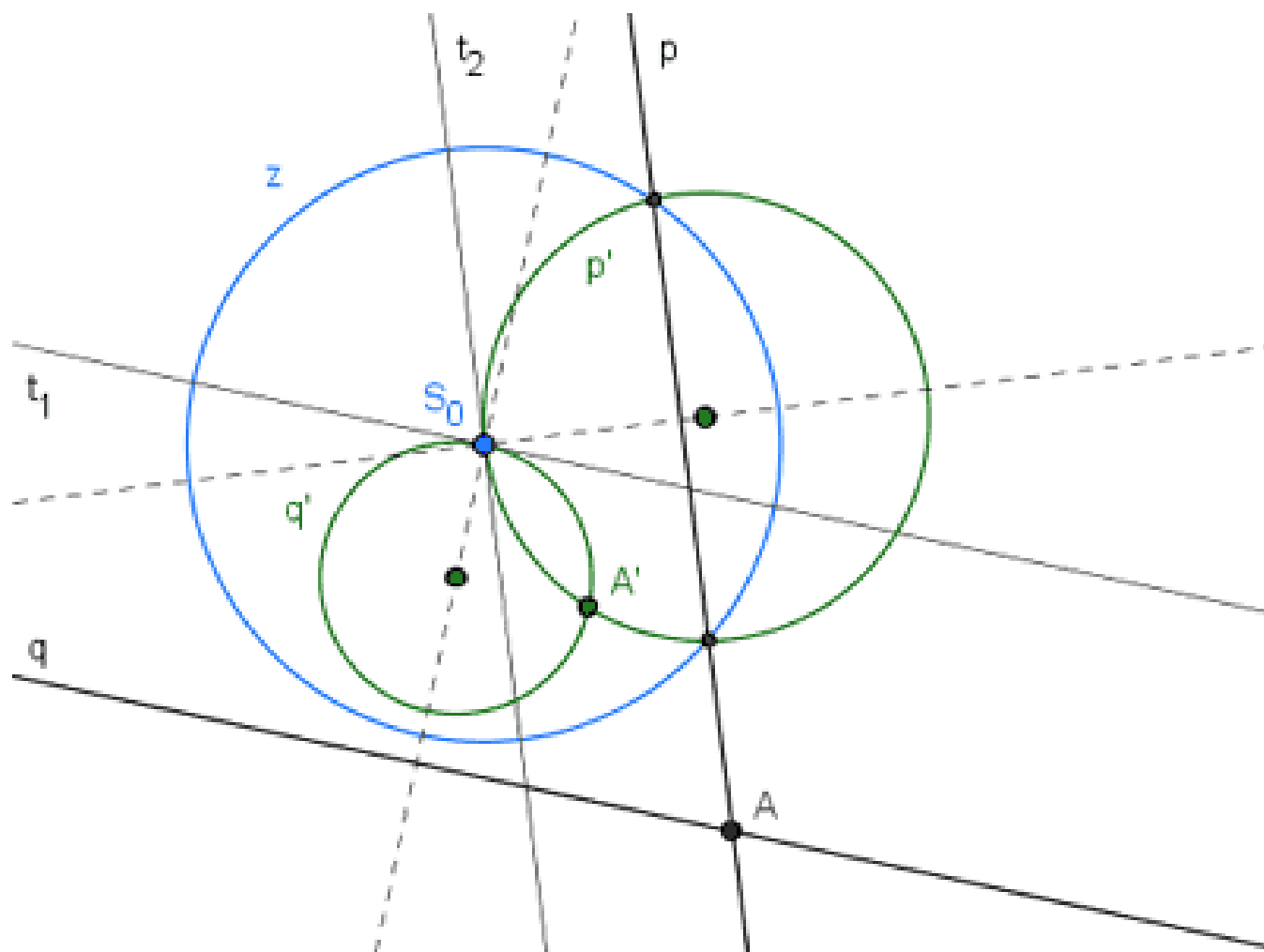
přímka mimo střed \rightarrow kružnice procházející středem

kružnice procházející středem \rightarrow přímka mimo střed

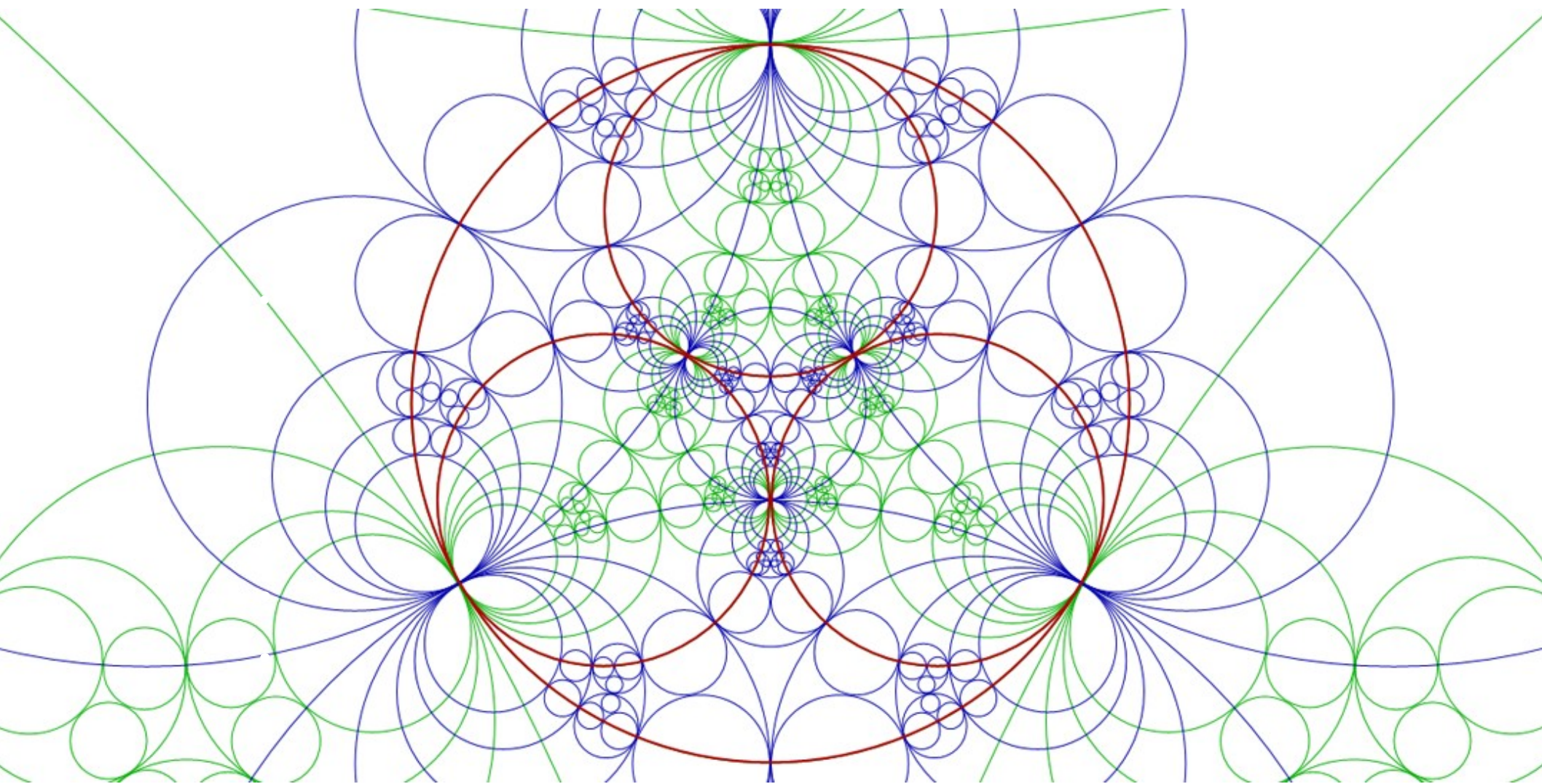
kružnice mimo střed \rightarrow kružnice

Opakovaná transformace = identita

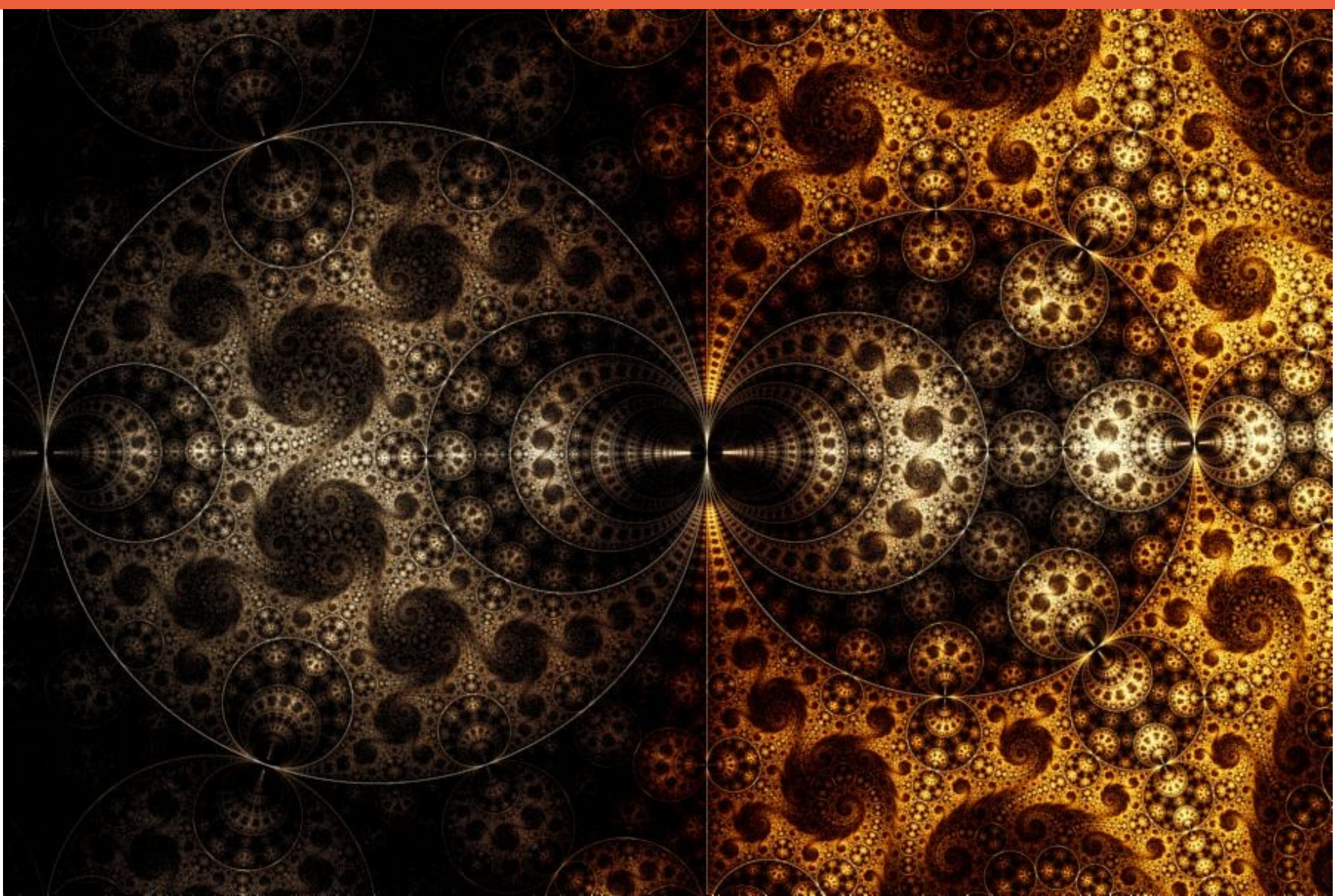




ukázky transformací podle kružnice



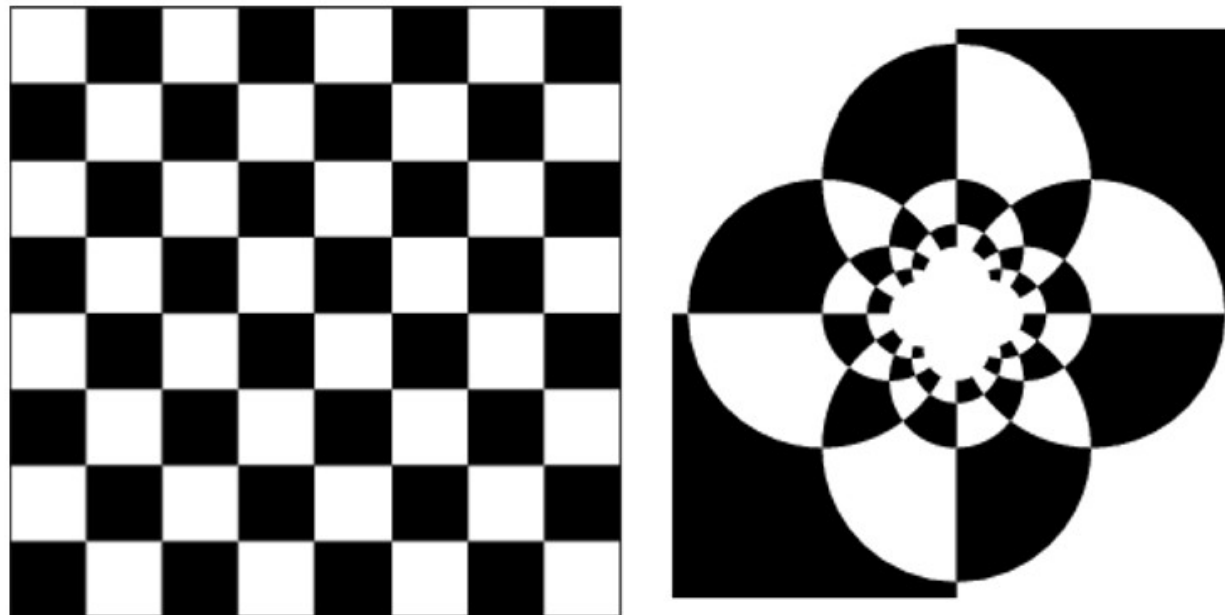
rekurzivní kruhová inverze čtyř dotýkajících se kružnic



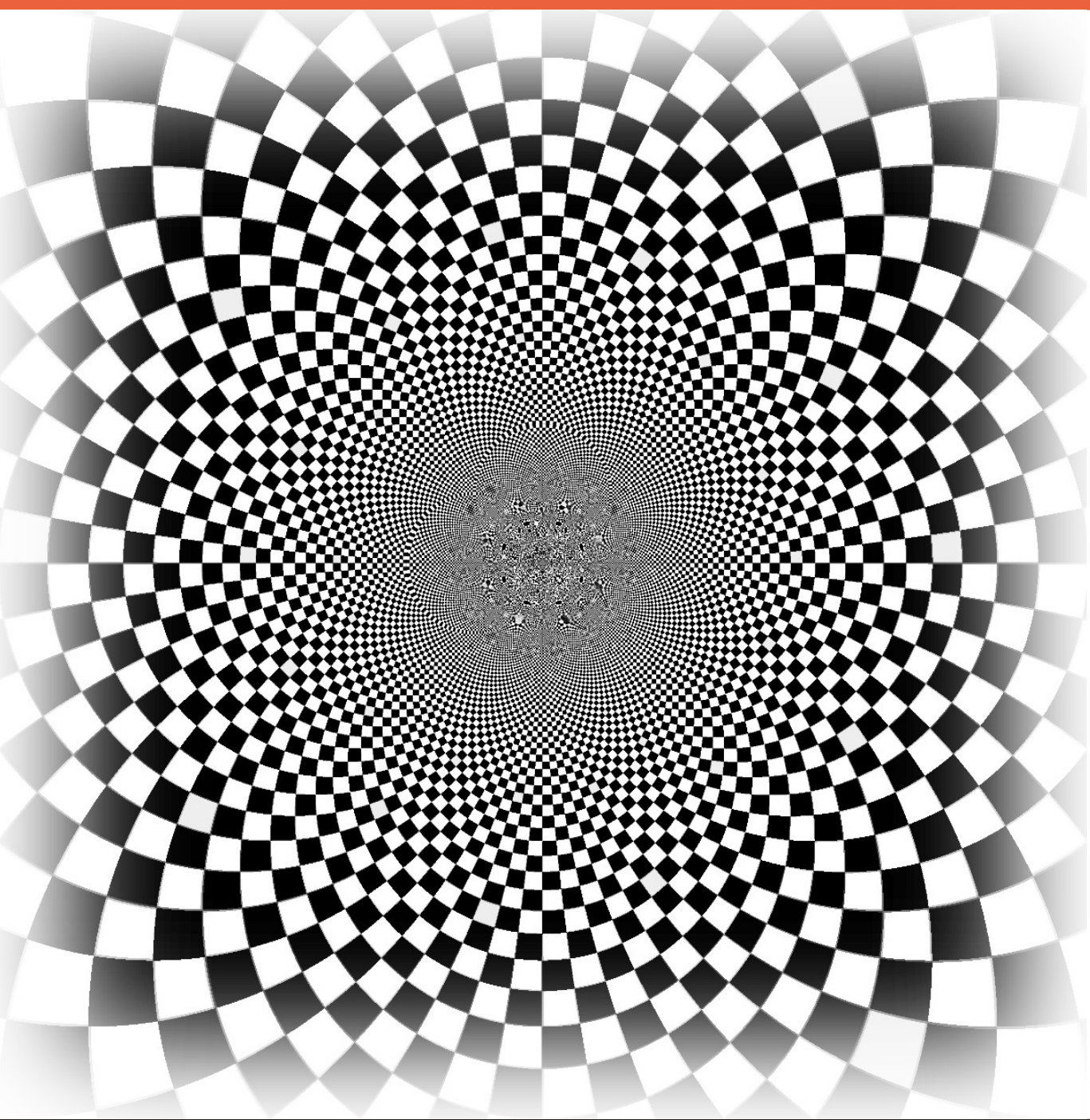
➔ **Fractal Science**

**Polární transformace nezachovávají vzdálenosti,
ale sousedství bodů nemění**

Topologická třída obrazů je zachována

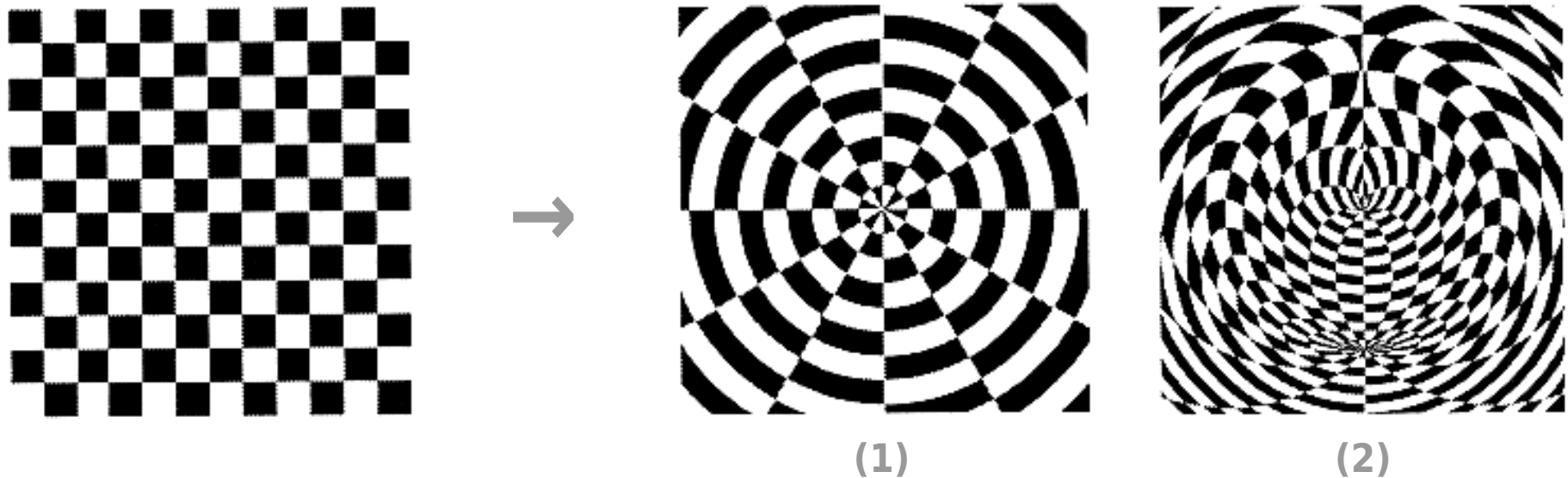


Kruhová inverze šachovnice (Gardner 1984, Dixon 1991)



**Geometrické
transformace
jsou inspirací
pro op-art**

Posloupnostmi transformací lze dosáhnout zajímavých tvarových kreačí



Dvojnásobná polární transformace :

(1) $[x, y] \rightarrow [x \sin y, x \cos y]$

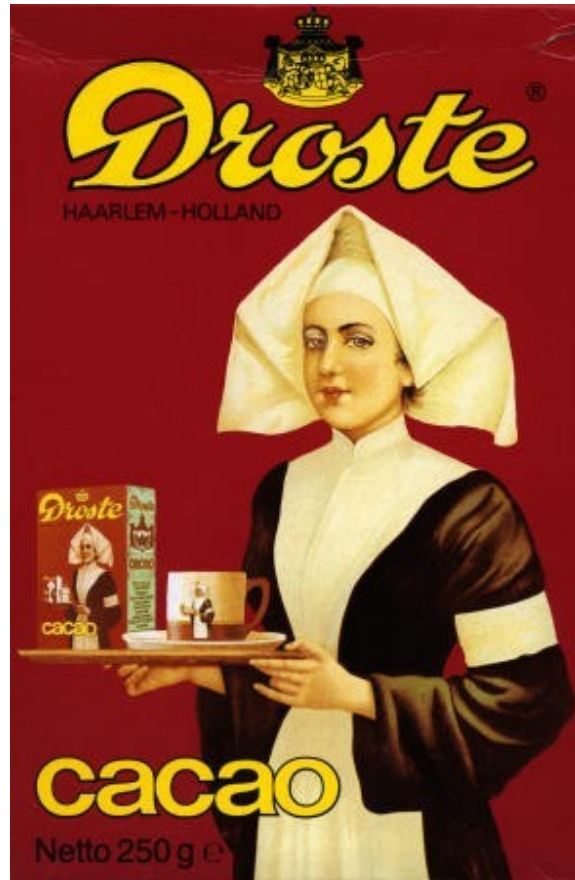
(2) $[x, y] \rightarrow [\sin(x \sin y)(x \cos y), \cos(x \sin y)(x \cos y)]$

■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - **efekt Droste**
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- Moiré
- Geometrické substituce



Efekt Droste

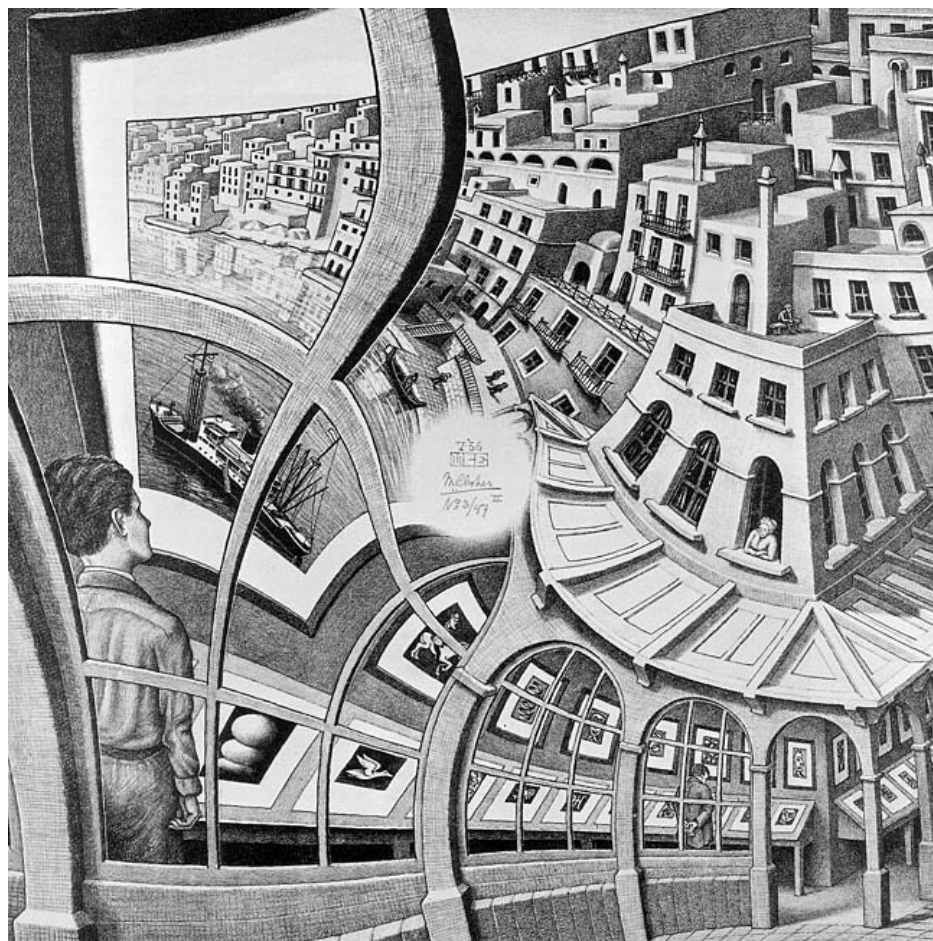


Droste (cca 1900)



Pink Floyd : Ummagumma (1969)

Zajímavější efekt při logaritmické transformaci roviny



M. C. Escher :
Prentententoonstelling
(1956)

Logaritmy

$$\log xy = \log x + \log y$$

**Převod násobení (obtížného pro hodně velká čísla)
na sčítání, které je jednodušší a rychlejší**

...známe-li hodnoty logaritmu
(dříve tabulky nebo kalkulačka)

**V komplexní rovině nabývá logaritmus
nekonečně mnoha hodnot (pro $x \neq 0$)**

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

Leonhard Euler, 1748

$$\text{pro } x = 2\pi: e^{2i\pi} = 1$$

$$\text{potom: } \log x = \log(x \cdot 1) = \log x + \log 1 \quad (\log 1 = 0 \text{ v } \mathbb{R})$$

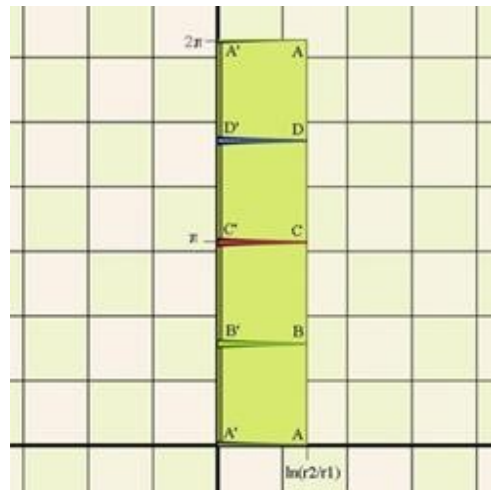
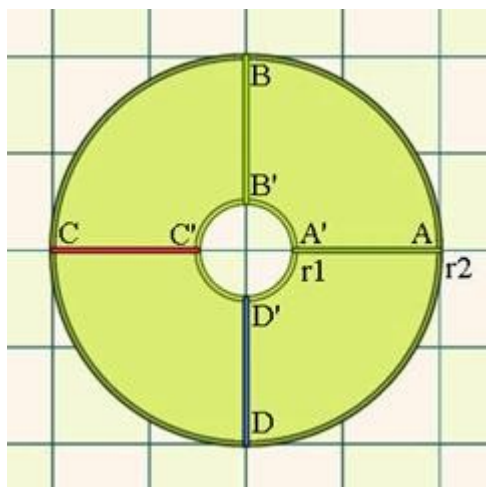
$$\text{odtud: } \log x = \log x + 2i\pi$$

Jak vypadá obraz v prázdném středu ?

Odpověď dává komplexní analýza

Hendrik Lenstra, 2003

1. Transformace $z \rightarrow \log(z)$

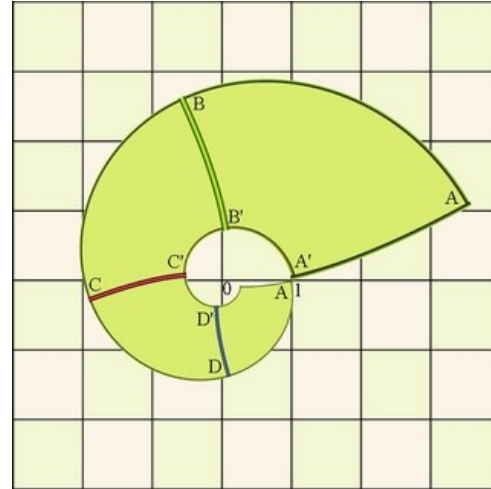
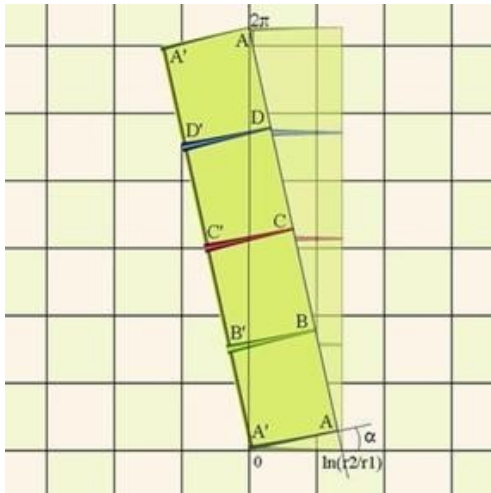


Komplexní bod $z = a + bi$
 lze vyjádřit jako $r \cdot e^{i\theta}$

Odtud: $\log(z) = \log(r) + i\theta$,
 $\theta \in (0; 2\pi)$, výška pásu = 2π

Protože $r \cdot e^{i\theta} = r \cdot e^{i\theta + 2n\pi}$,
 transformovaných obrazů
 je nekonečně mnoho

2. Orientování transformované oblasti



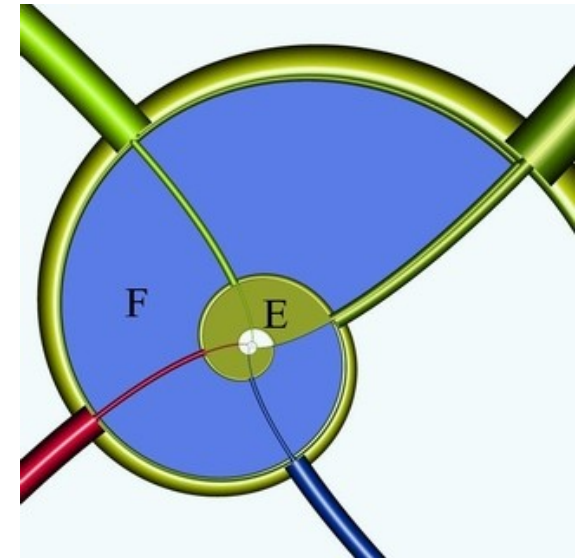
Natočení pásu tak, aby
diagonála byla rovnoběžná
s imaginární osou

Zmenšení na výšku 2π

3. Exponenciální transformace $z \rightarrow e^z$

Zpětná transformace rozpínající
transformované oblasti do spirály

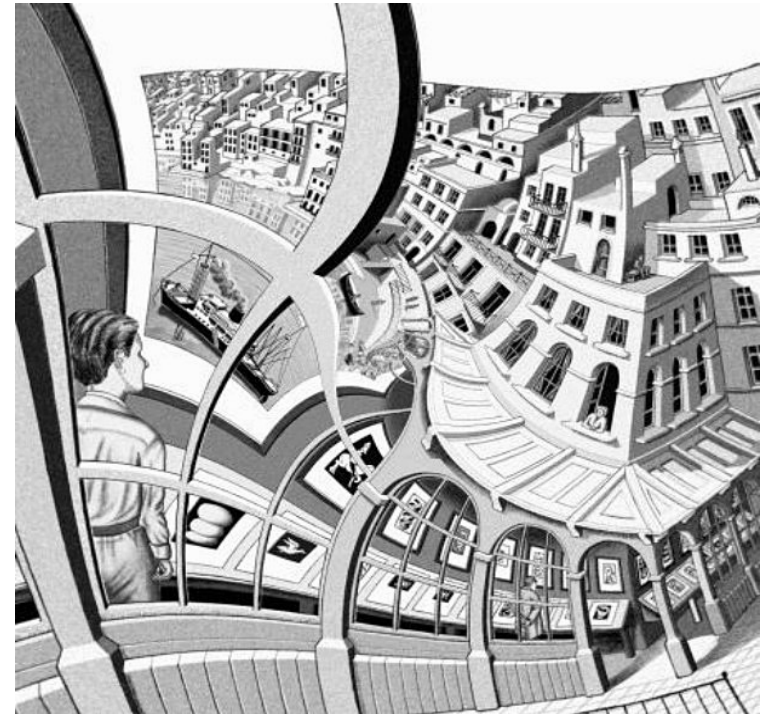
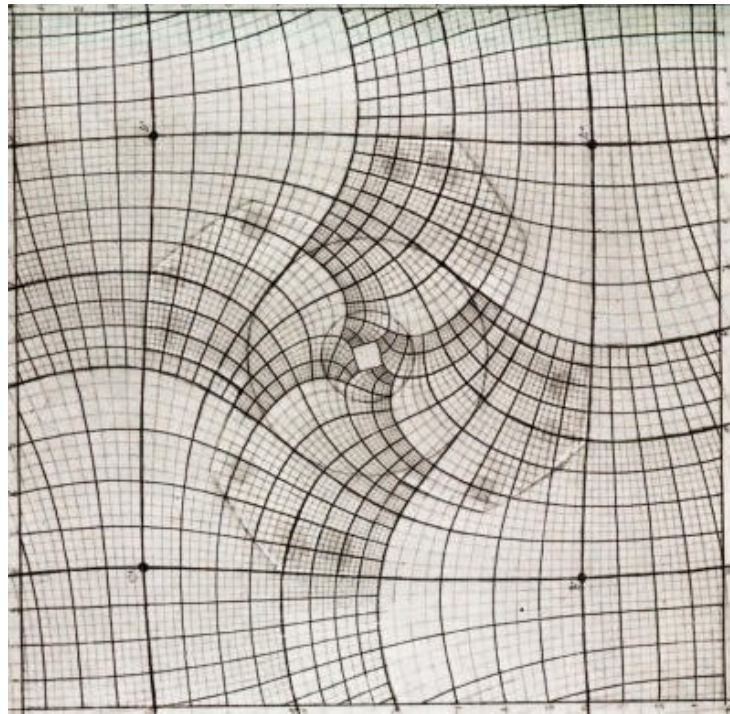
Přitom $A = A'$ — při replikaci kopií
posunutých o $2n\pi$ vzniká úplné pokrytí





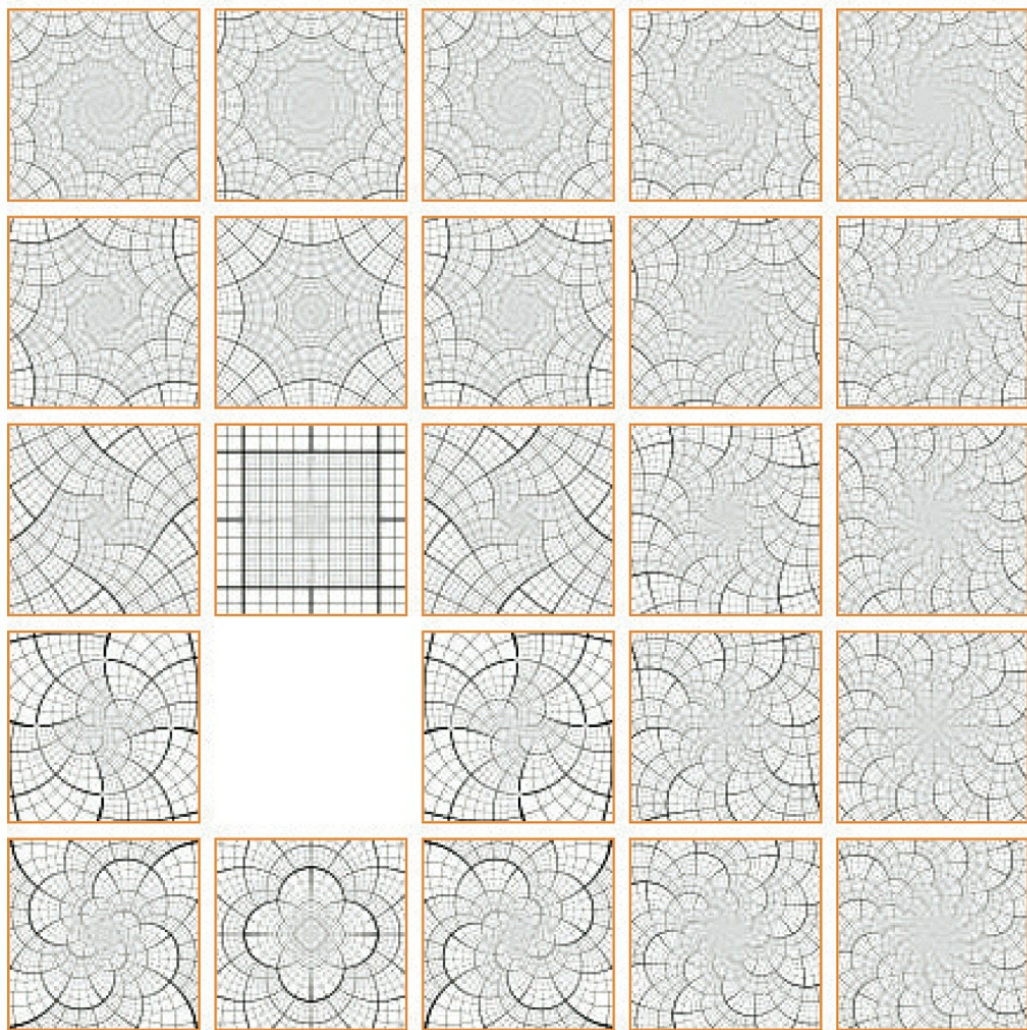
Zpětnou transformací lze generovat nekonečné
obousměrné zanoření či oddálení motivu

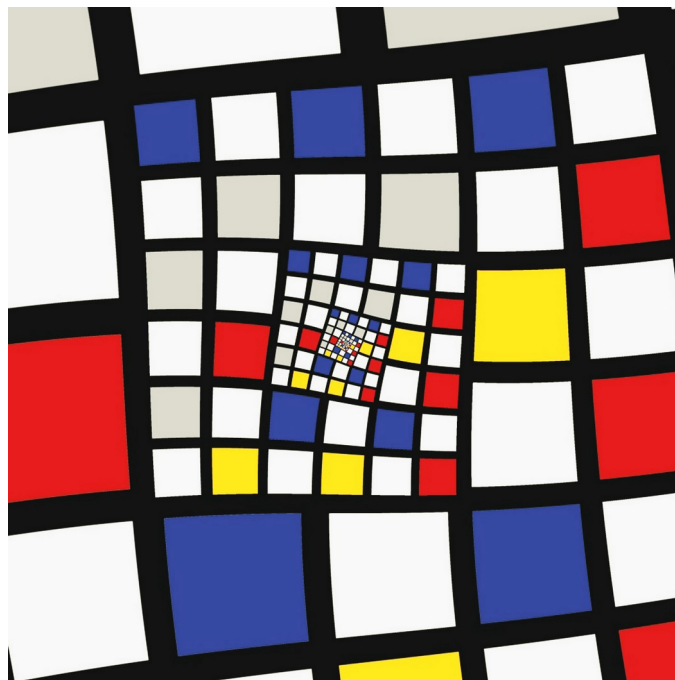
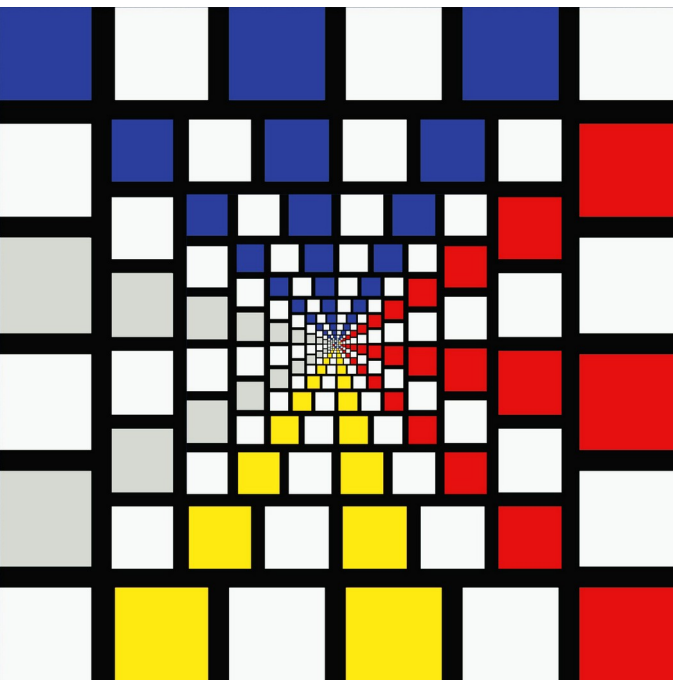
Escherova grafika je jednou z možných logaritmických transformací roviny



Lineární efekt je jednodušším příkladem transformace







Geometrické variace I. Serby v programu J. Karáčoně

➔ *Escher Droste*



[→] Subblue



T. Šťastník

■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

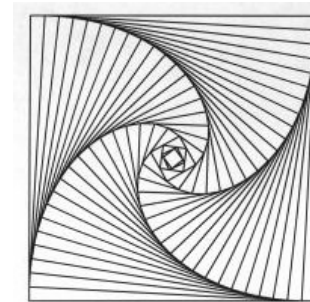
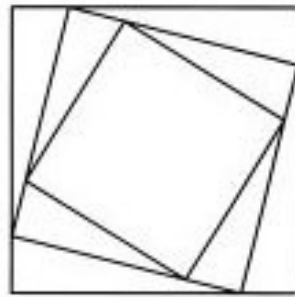
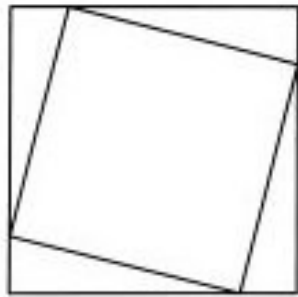
- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - efekt Droste
- **Opakování vzorů**
 - **sledování cíle**
 - nelineární sledování
- Moiré
- Geometrické substituce



Výtvarná repetice

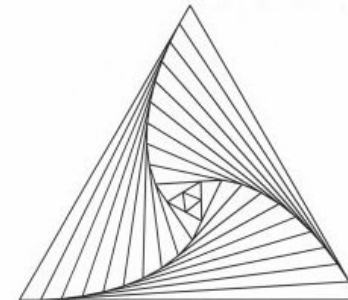
Matematická úloha střetnutí pronásledovatele a kořisti

Henri Brocard, konec 19. st.



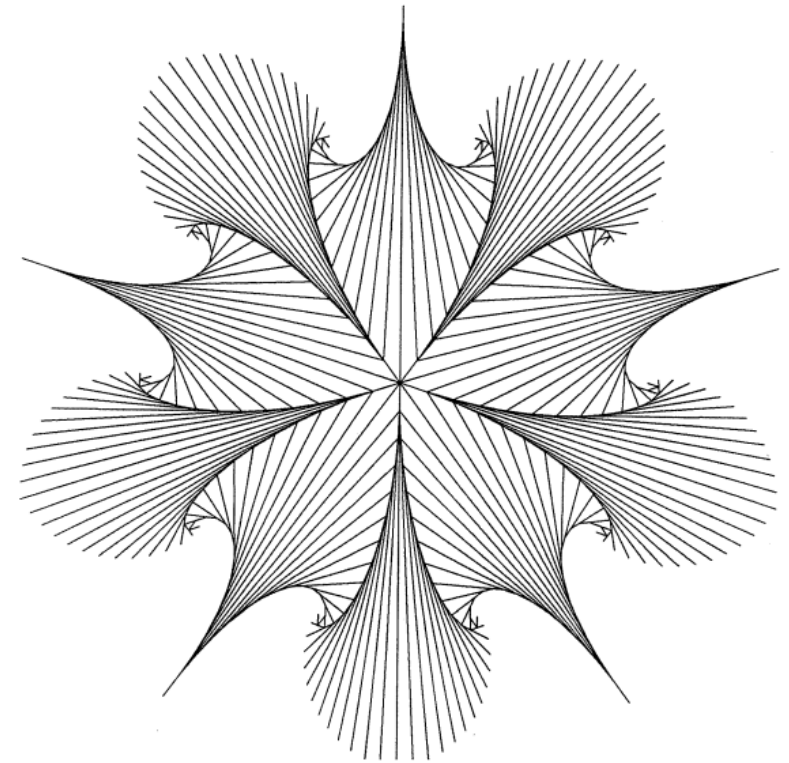
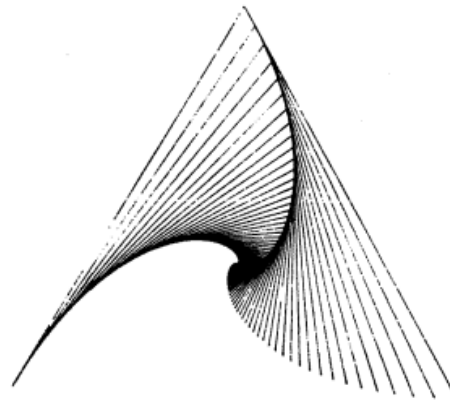
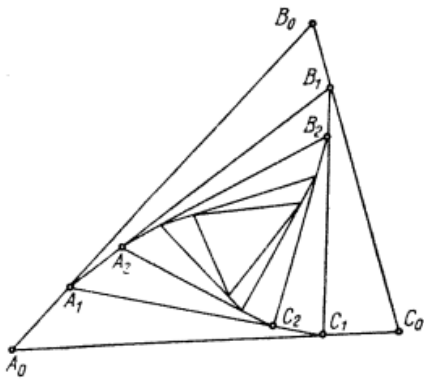
**Kořist je sledována na tečně
pronásledovatelovy dráhy**

$$K(t) = P(t) + x \cdot P'(t)$$



Startovací obrazec : libovolný n -úhelník

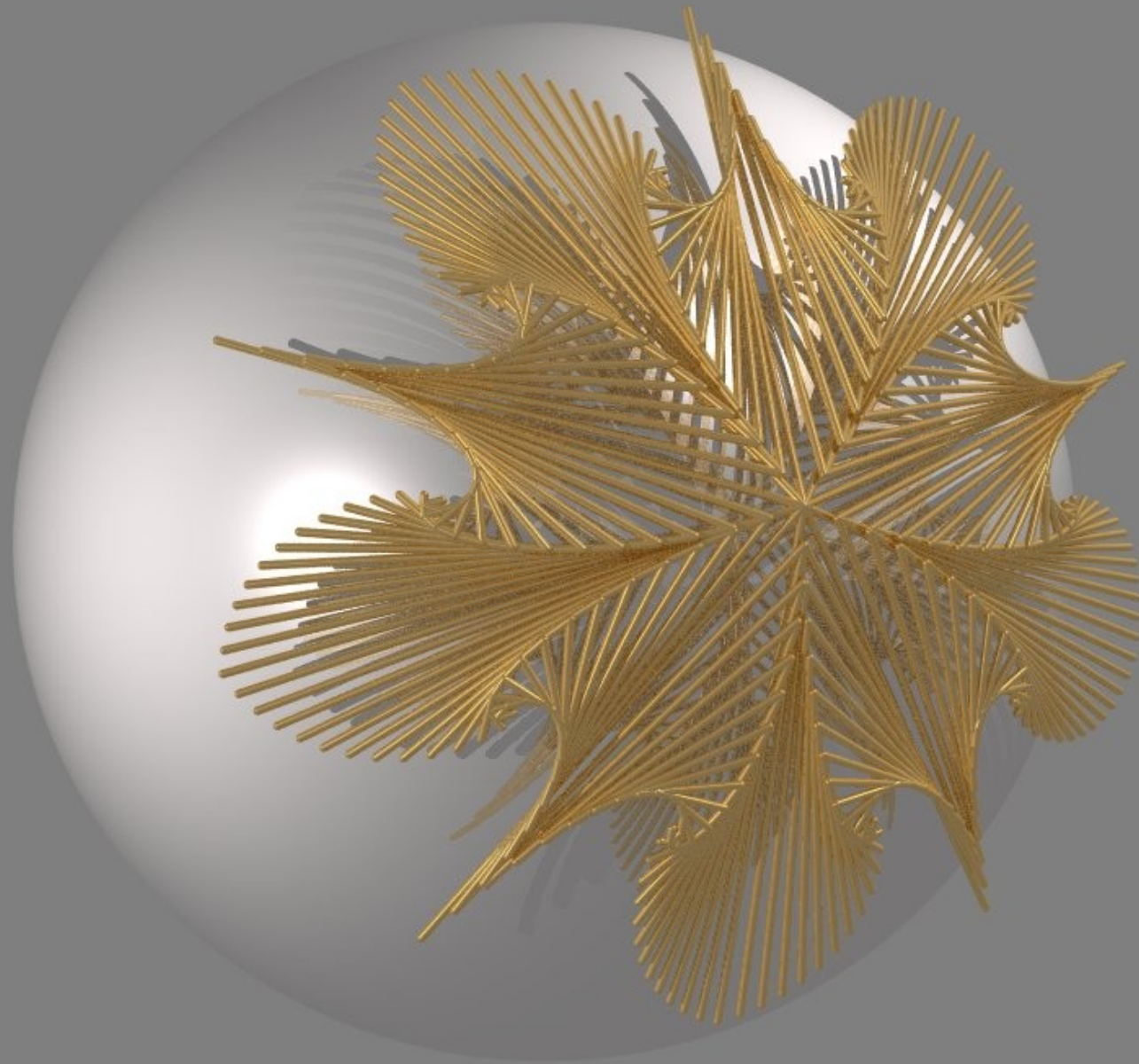
**Geometrické transformace
vytvářejí násobný rytmus**



**Možnosti repetice jsou
nevyčerpatelné**

...a mají vesměs silný výtvarný náboj

Oblíbené kreaace — testy vektorových plotterů

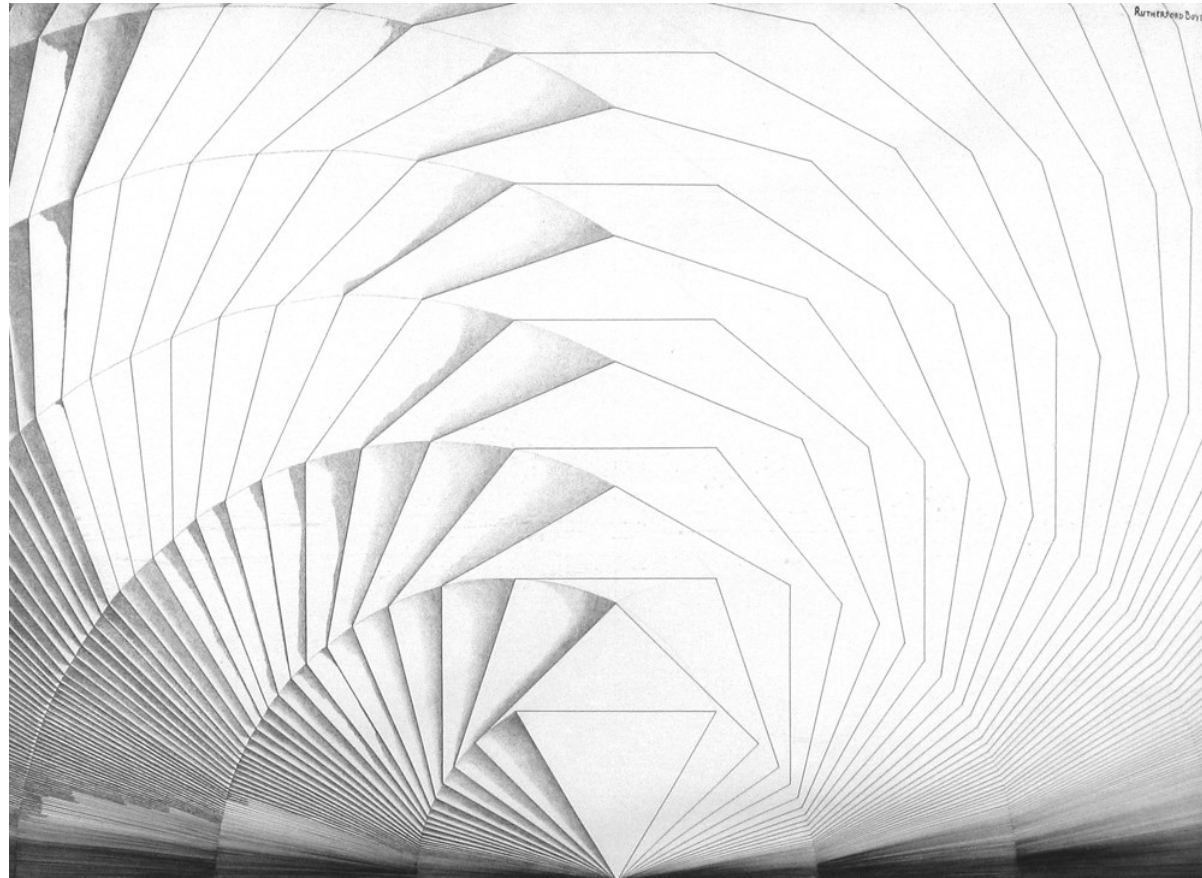


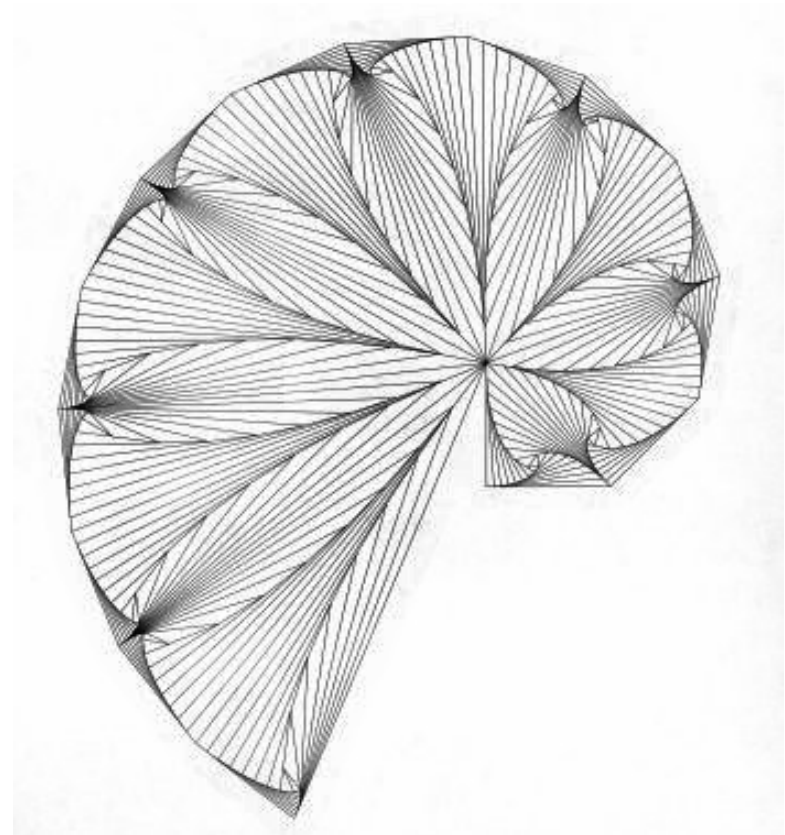
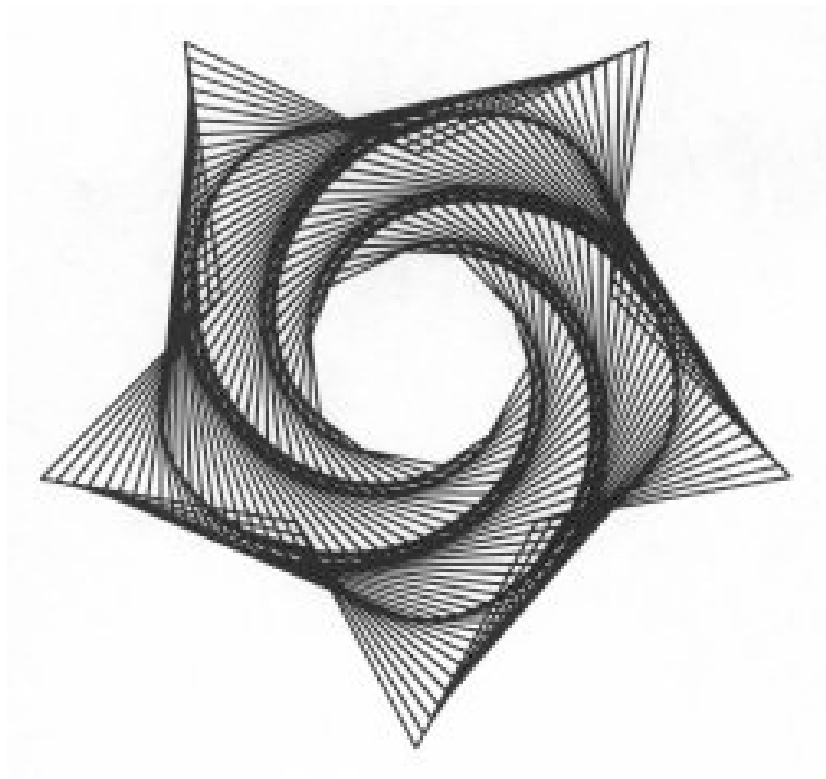
Ivo Serba

Další inspirace pro op-art

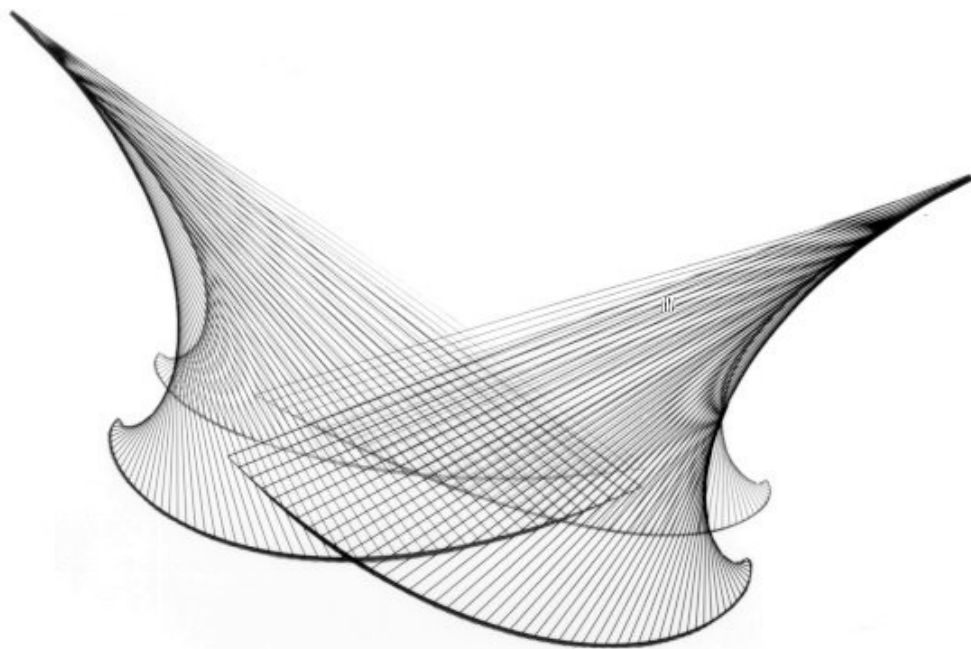
John Rutherford Boyd, 40. léta 20. st.

abstraktní animace (spolupráce s Mary Ellen Bute)

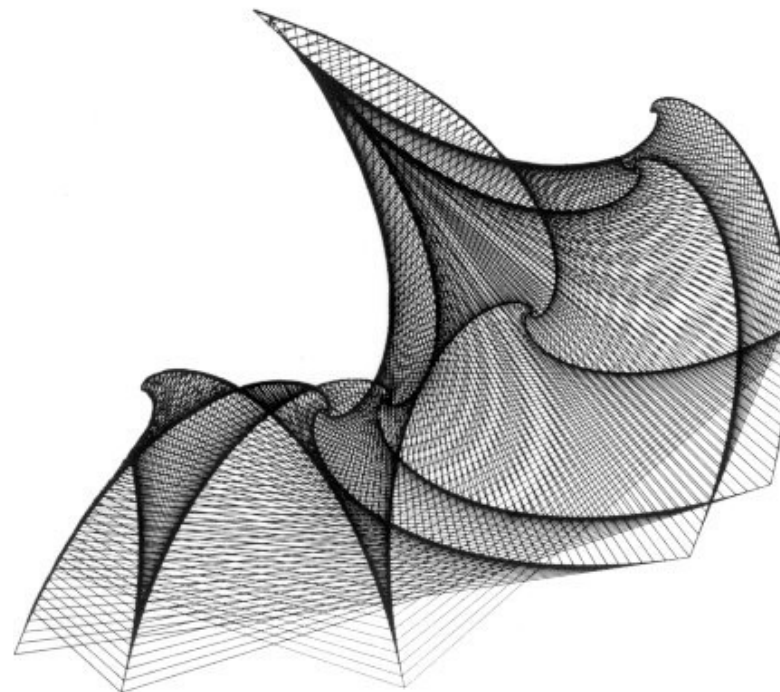




John Sharp



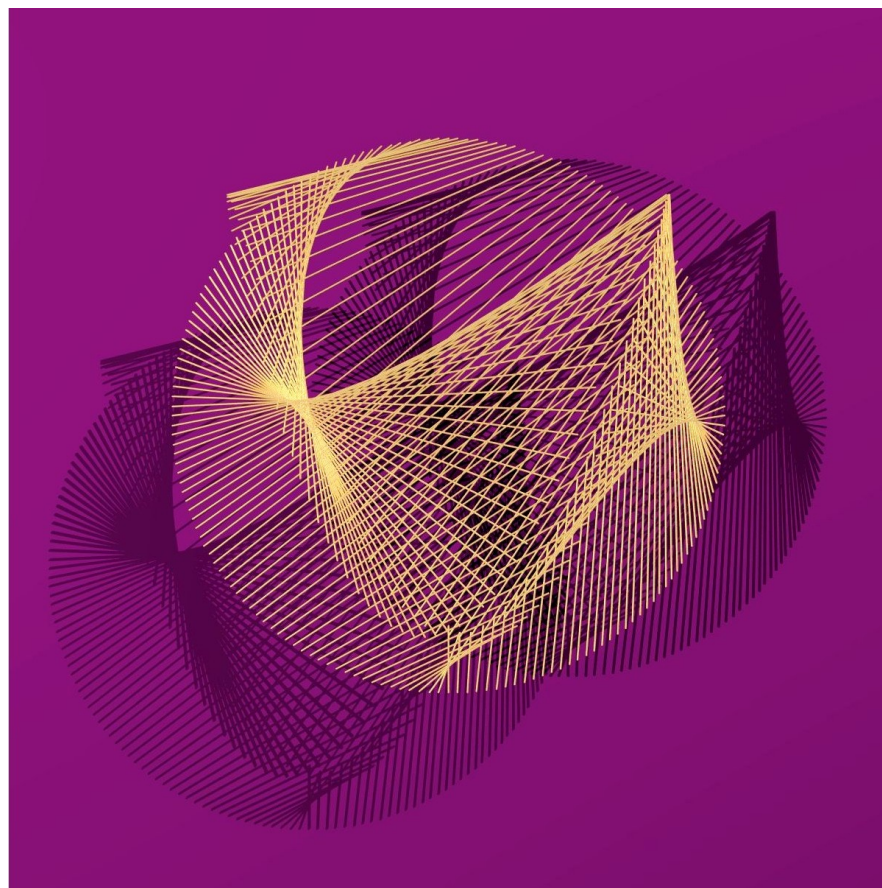
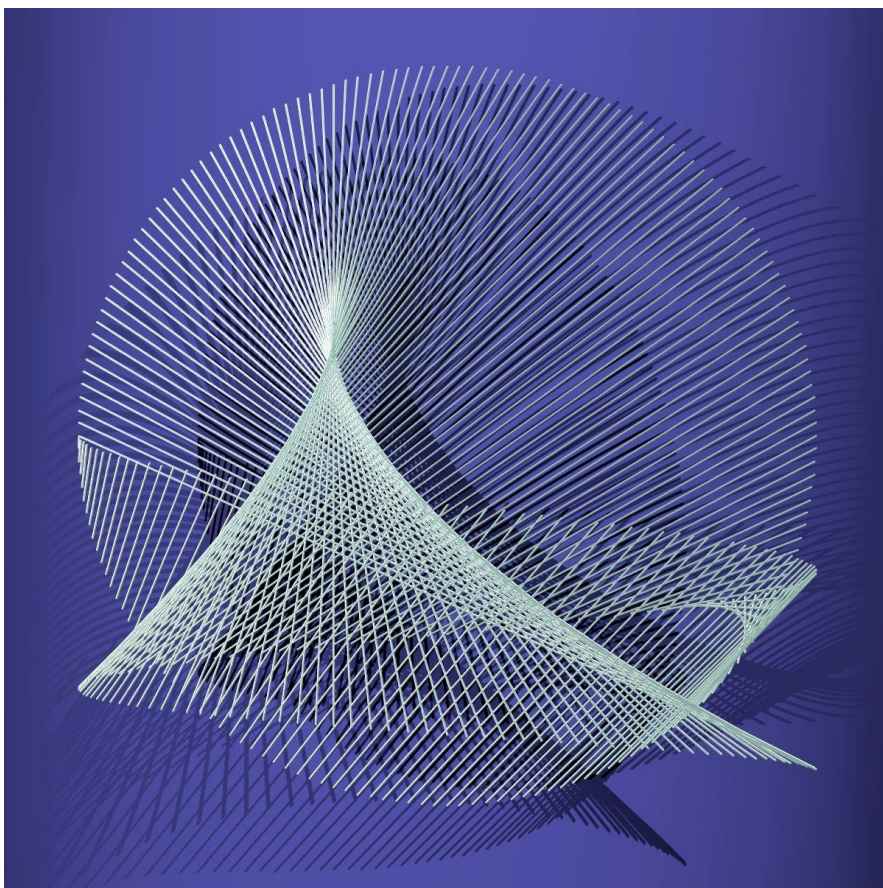
AP/140



Interweaving Rhythms

© Rousseau 1987

Irene Rousseau



Ivo Serba



Charles Perry

■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - transformace Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - **nelineární sledování**
- Moiré
- Geometrické substituce

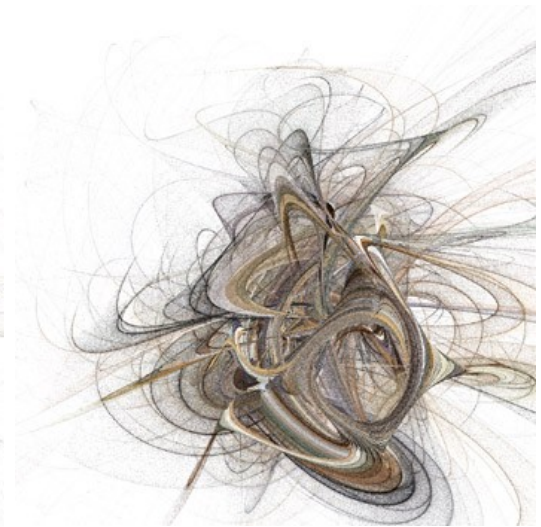


Výtvarné zobecnění — sledování vyšších derivací

John Sharp, Bob Brill, 60.–70. léta

Jared Tarbell, 2004

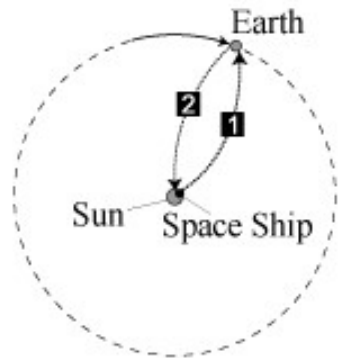
variace křivky pohybu cíle, sledování více cílů a výběr nejlepší kořisti, střídání směru sledování, Lissajousovo pronásledování...



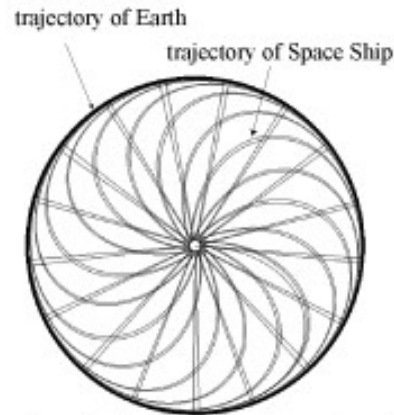
➔ *Sand Traveler*



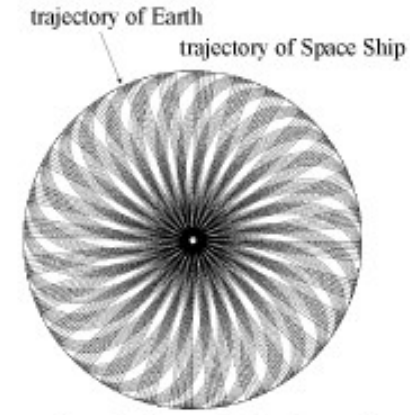
Kuan C'Liao, Čchun Wang Sun, 2004



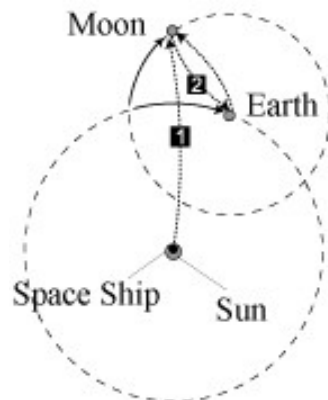
1 space ship pursues the Earth
2, and then the Sun



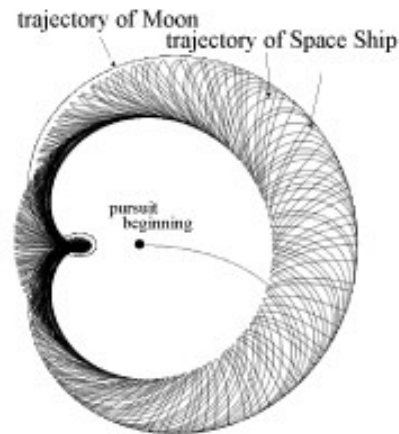
pursuit velocity = 1 (pixel per iteration)



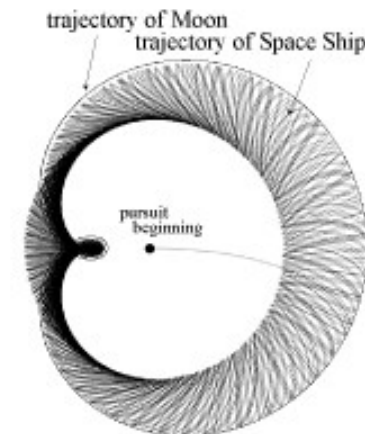
pursuit velocity = 2 (pixel per iteration)



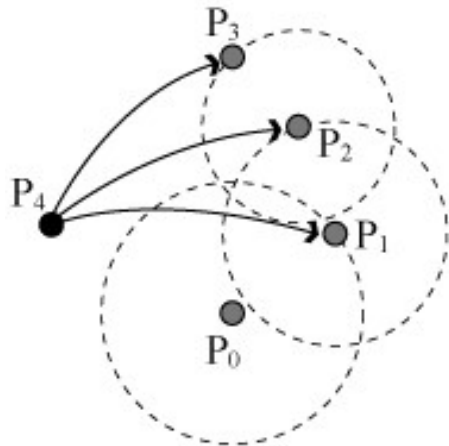
$V(\text{Moon}) = 2 * V(\text{Earth})$
1 space ship pursues the Moon
2, and then the Earth



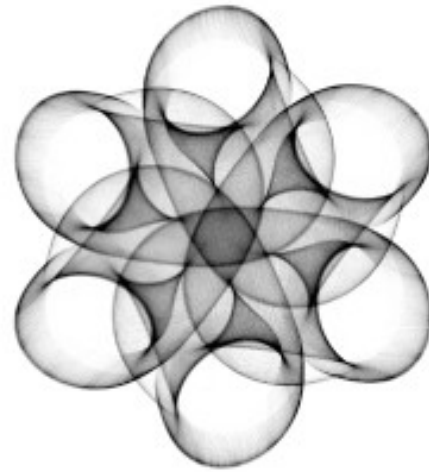
pursuit velocity = 1 (pixel per iteration)



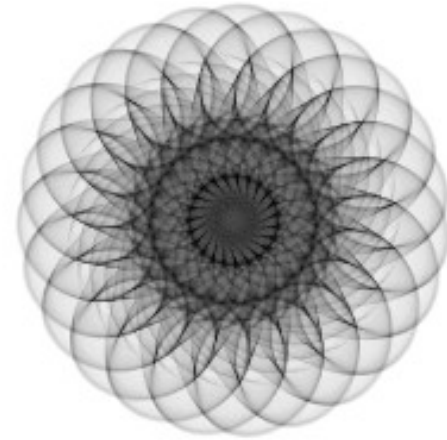
pursuit velocity = 2 (pixel per iteration)



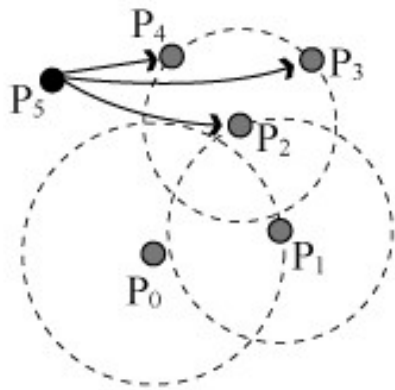
a: Pursuit Rule:
 P_4 pursue the farthest(P_1, P_2, P_3)



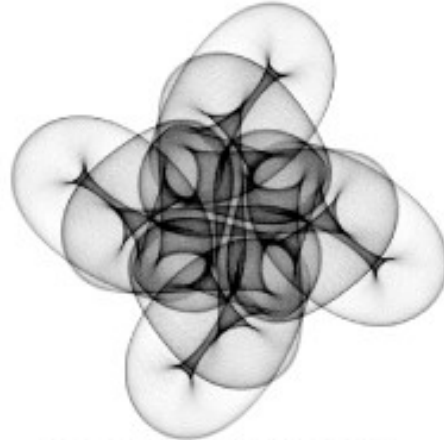
a1: 10,000,000 iterations



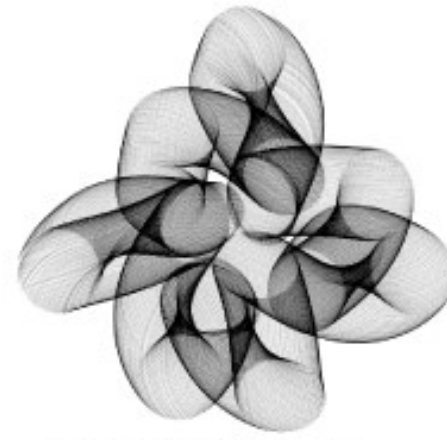
a2: 20,000,000 iterations



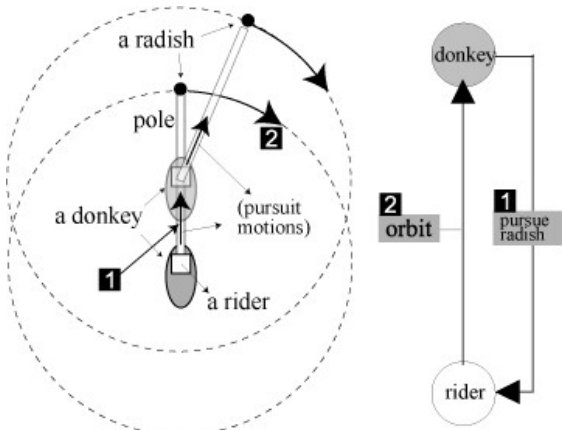
b: Pursuit Rule:
 P_5 pursue the farthest(P_2, P_3, P_4)



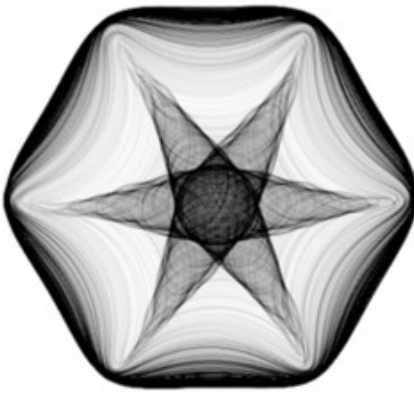
b1: 12,000,000 iterations



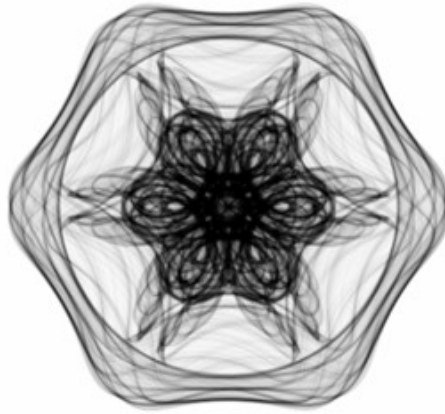
b2: 12,000,000 iterations



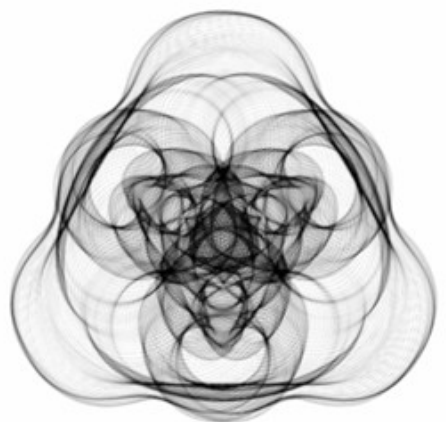
- 1 The donkey pursues the radish, and the rider mounts on the donkey.
- 2 The pole orbits the donkey.



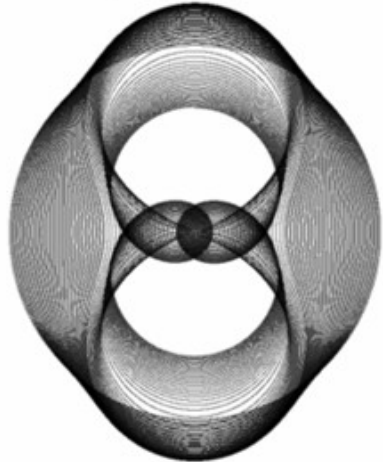
a1: 18,000,000 iterations



b2: 5,200,000 iterations



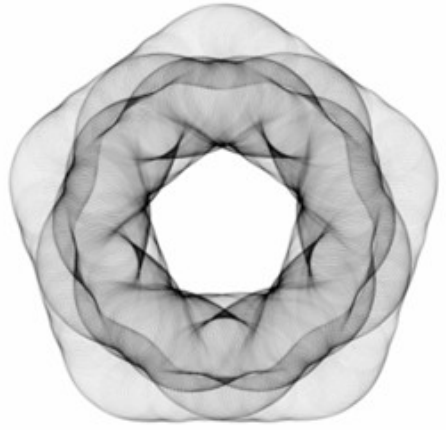
c1: 3,200,000 iterations



b1: 420,000 iterations



b3: 4,400,000 iterations



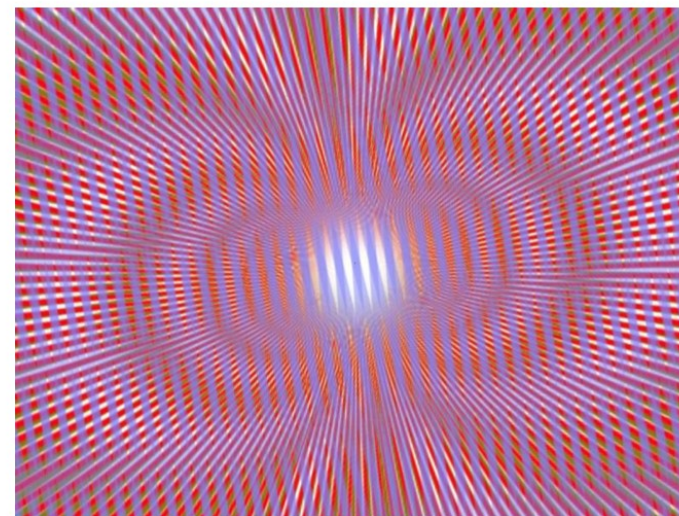
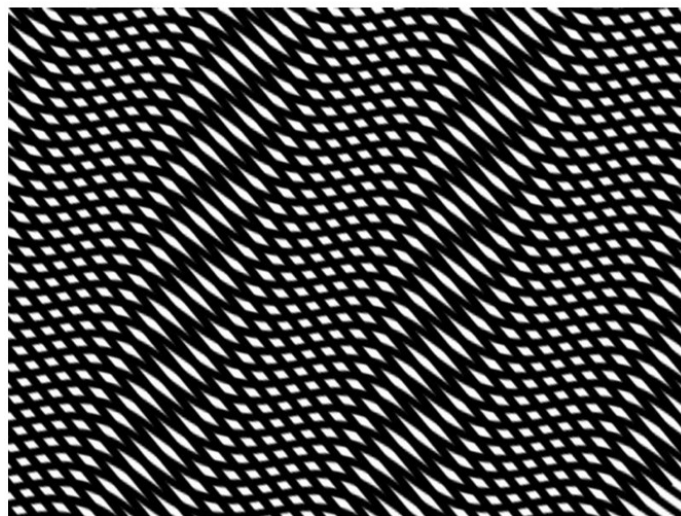
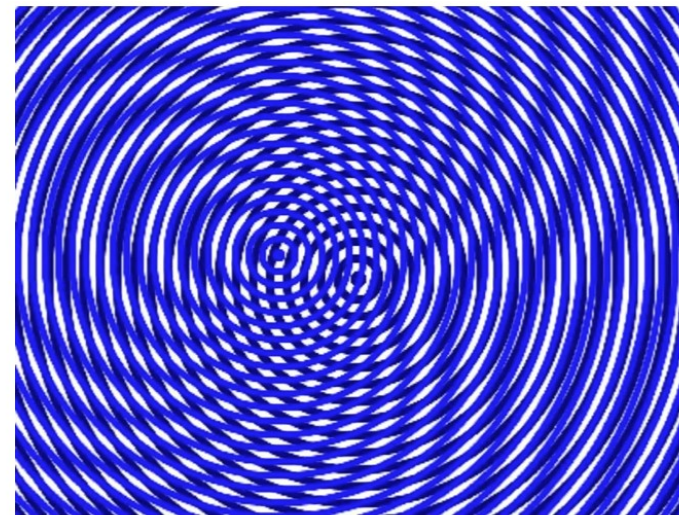
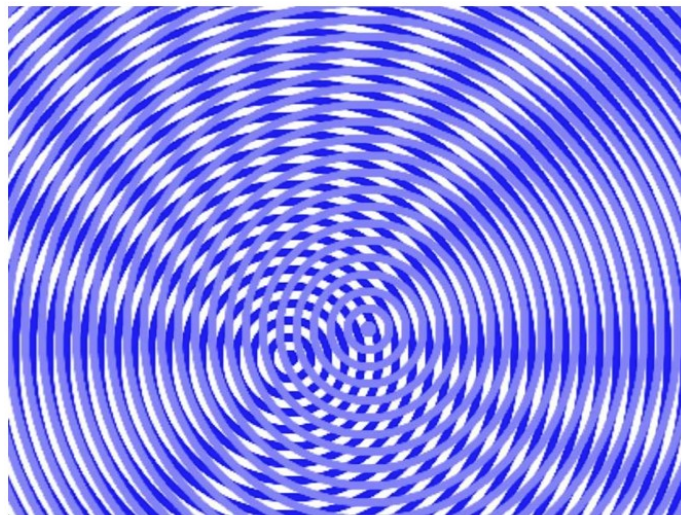
c2: 5,200,000 iterations

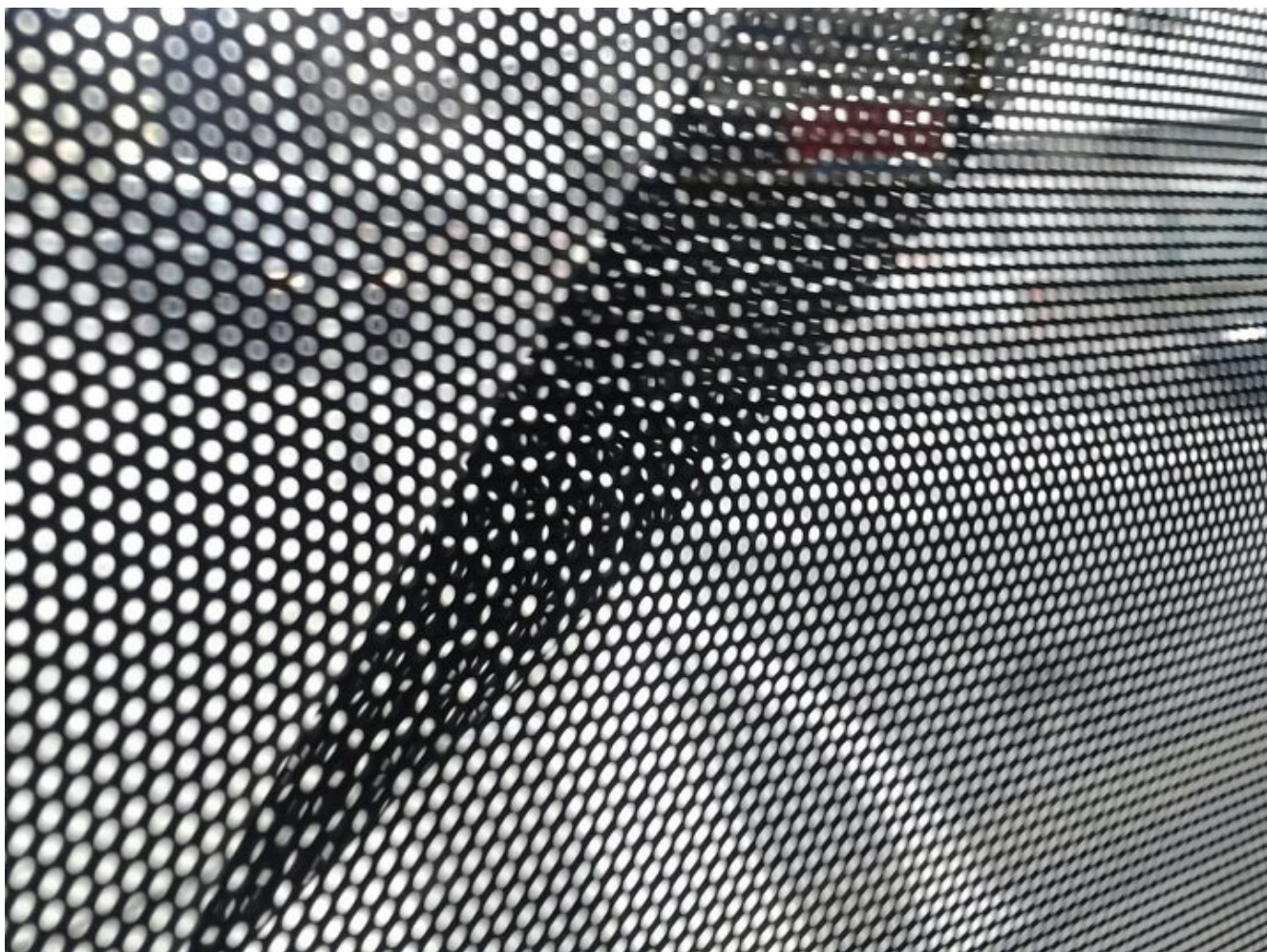
■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - efekt Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- **Moiré**
- Geometrické substituce



Vzory, které nejsou



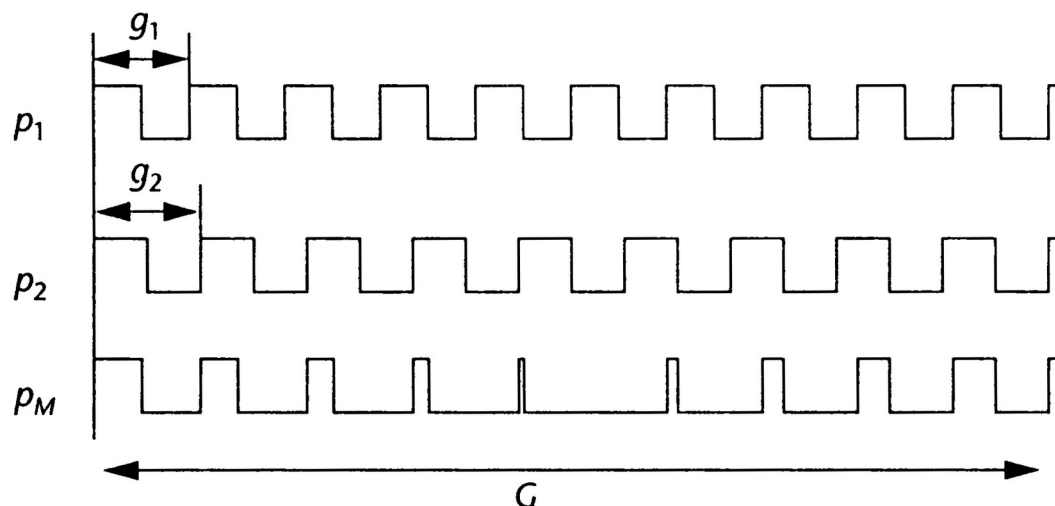


Okno se špatně nalepenou reklamou
(foto: Z. Kedaj)



Skládání rastrů s mírně se lišícími frekvencemi

Jim Blin



$$p_M = p_1 \text{ AND } p_2$$

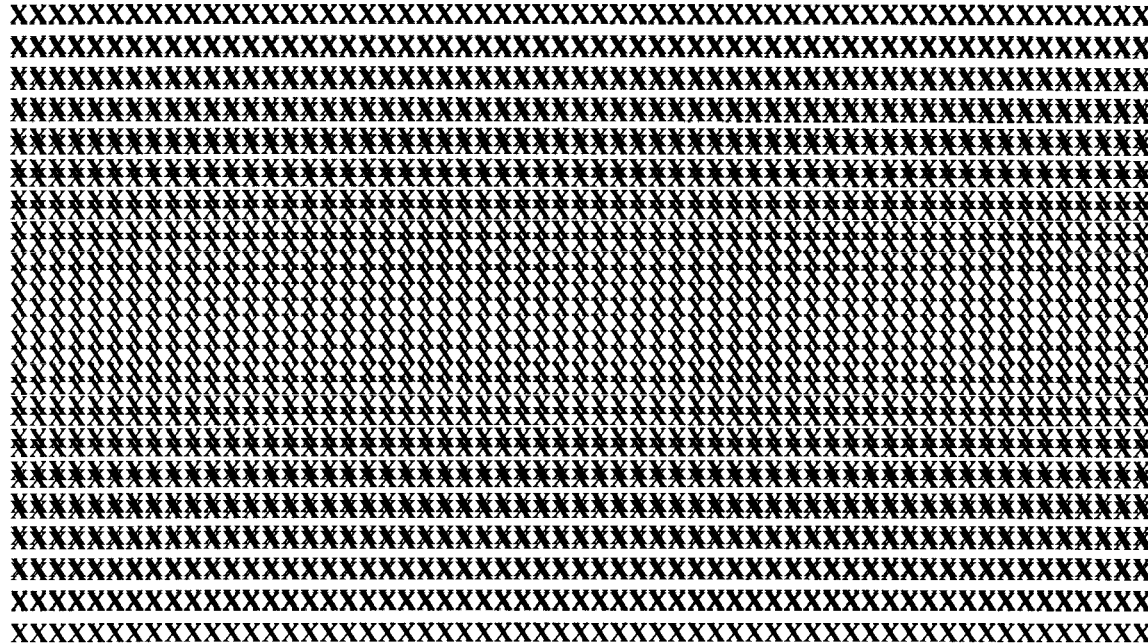
$$G = n g_2 = (n+1) g_1$$

$$\text{tudíž } 1/g_1 = (n+1)/G, \quad 1/g_2 = n/G$$

$$\text{pak } 1/G = 1/g_1 - 1/g_2$$

$$\text{přítom } f = 1/g \rightarrow F = f_1 - f_2$$

Vzájemné posunutí rastrů

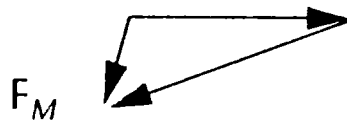
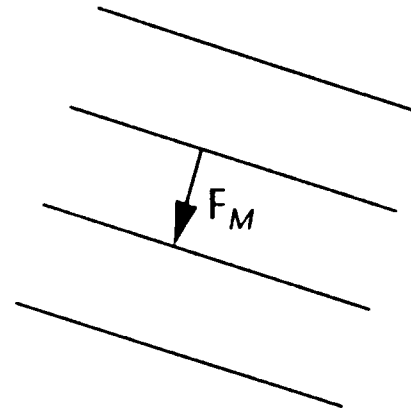
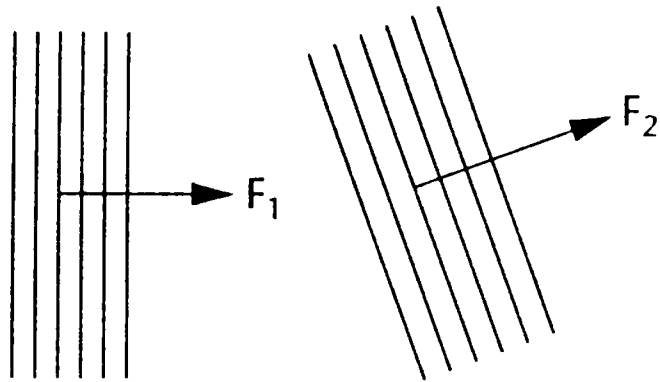


∂_g : fáze posunutí = změna frekvence

pro $\partial_g = g/2$ uniformní vzorek

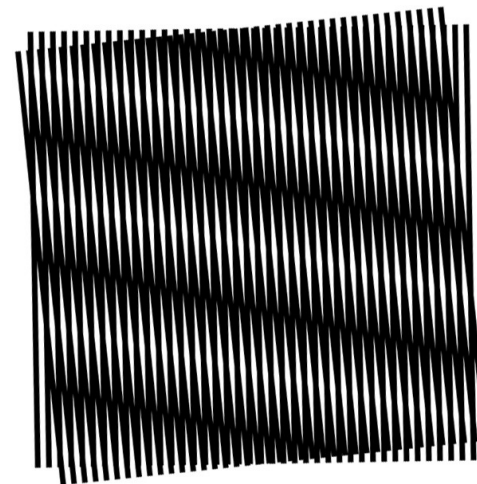
bez kontrastů v dané dimenzi

Vzájemné natočení rastrů

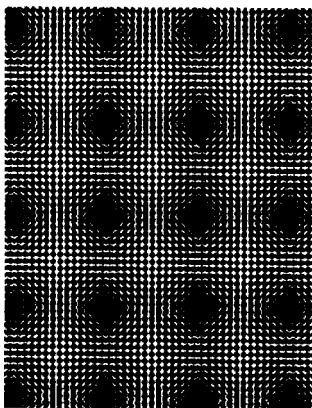


$$F_M = F_1 - F_2$$

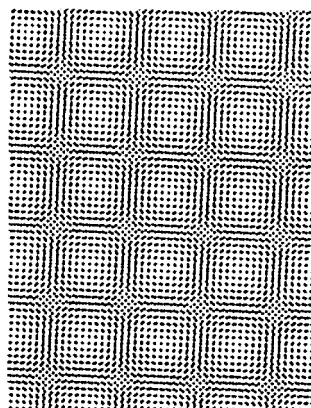
[→]



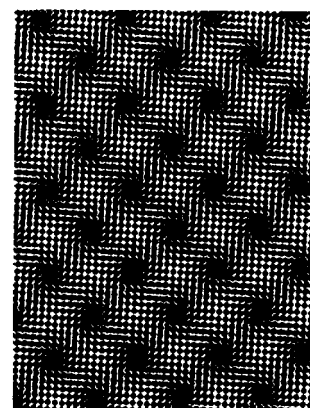
bodový
rastr



změna
frekvence

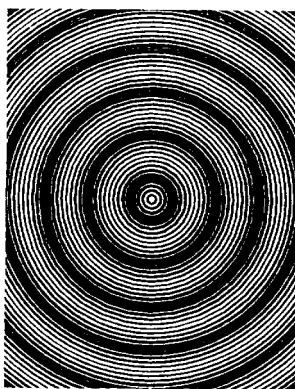


otočení

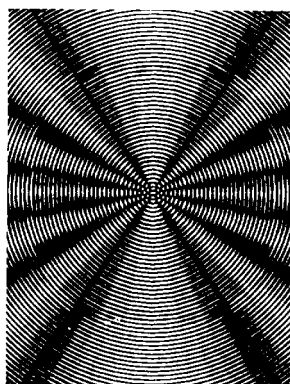


kombinace

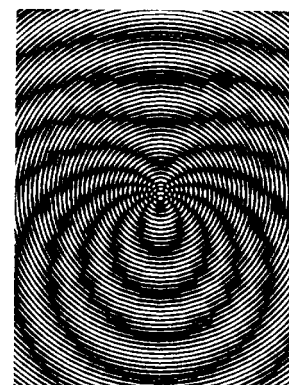
kruhový
rastr



změna
frekvence



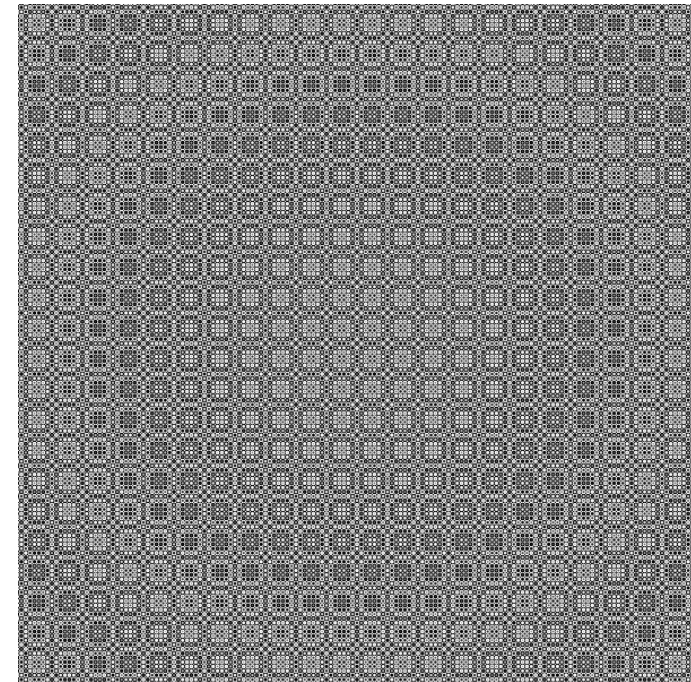
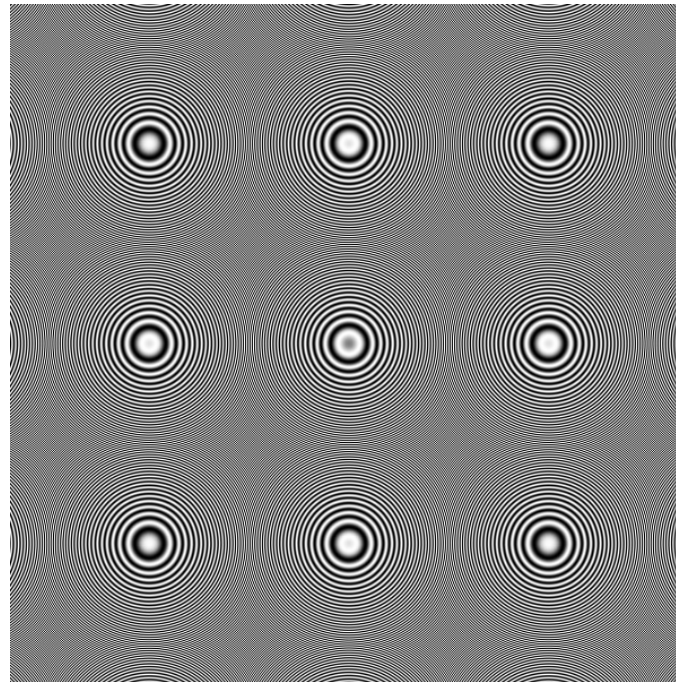
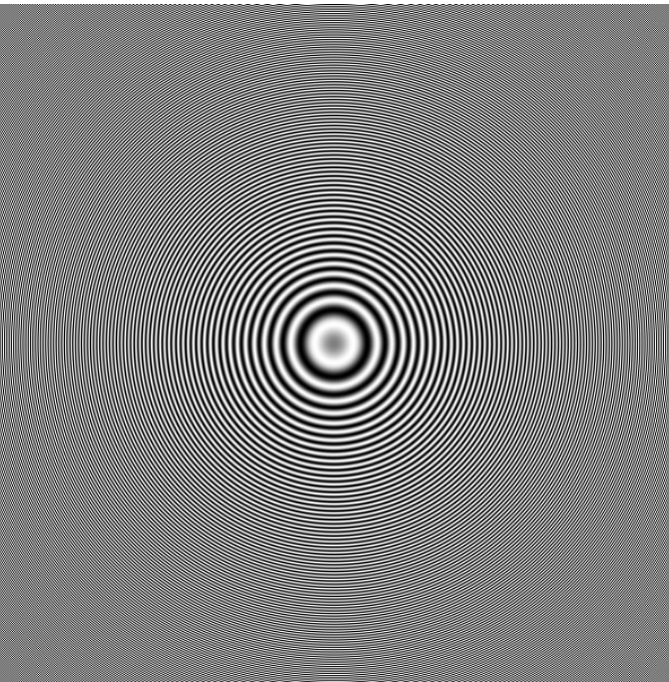
posunutí
středů



kombinace



Převzorkování rastru



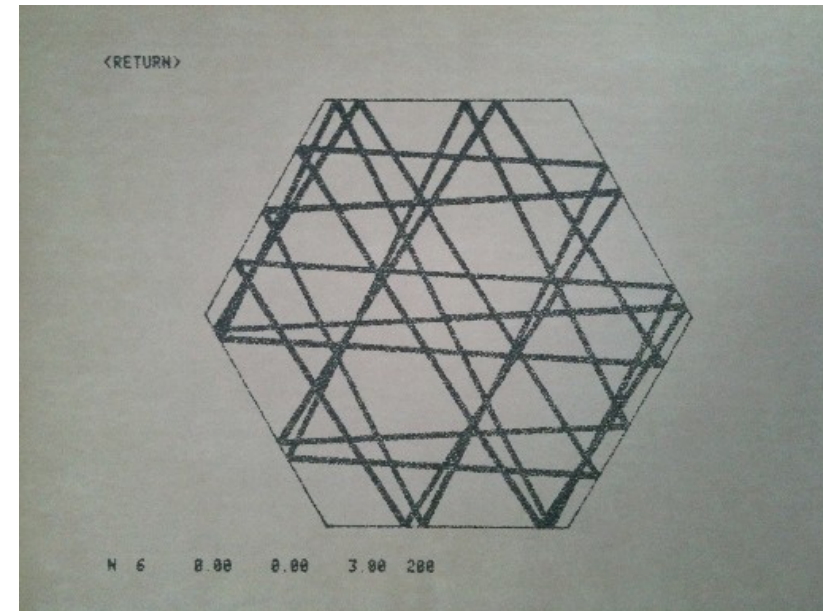
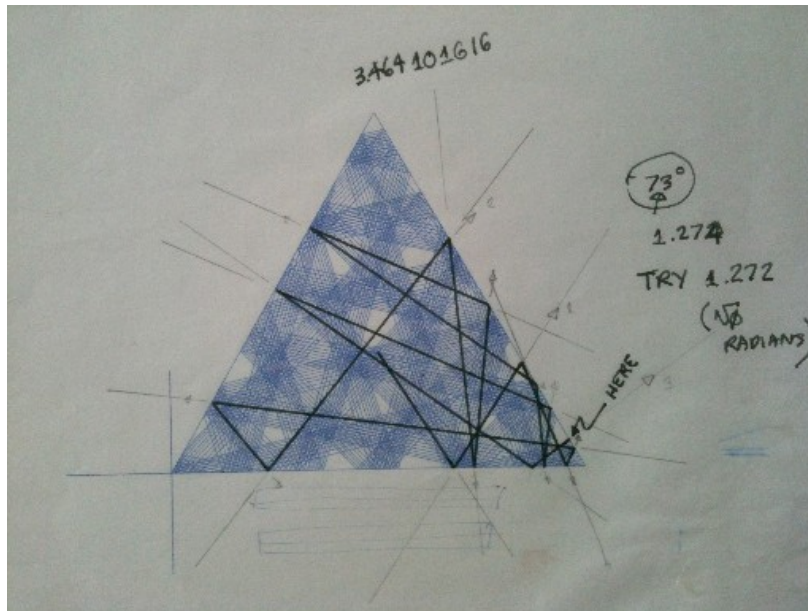
Různé vzorkování funkce $\sin(x^2 - y^2)$



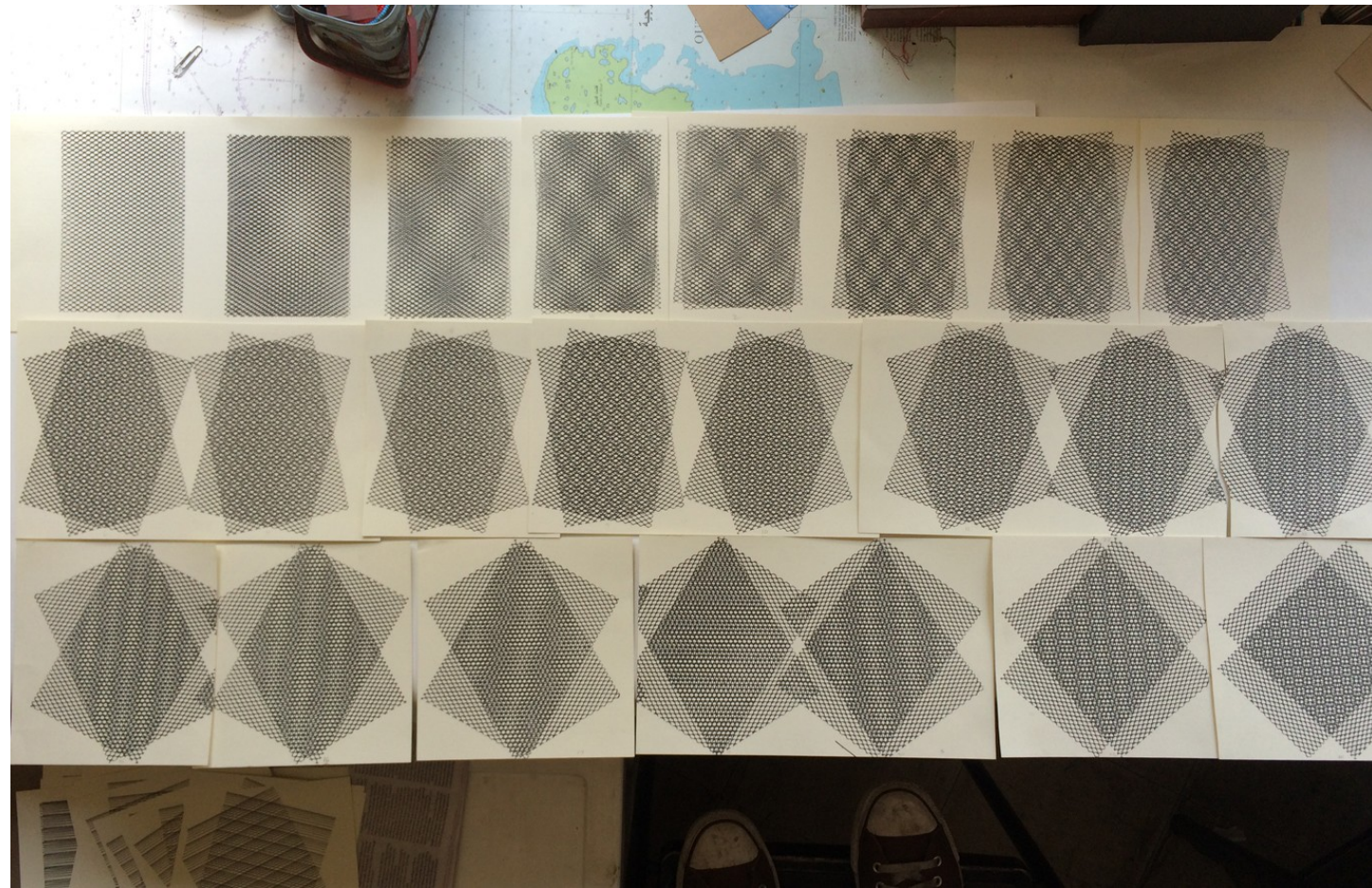
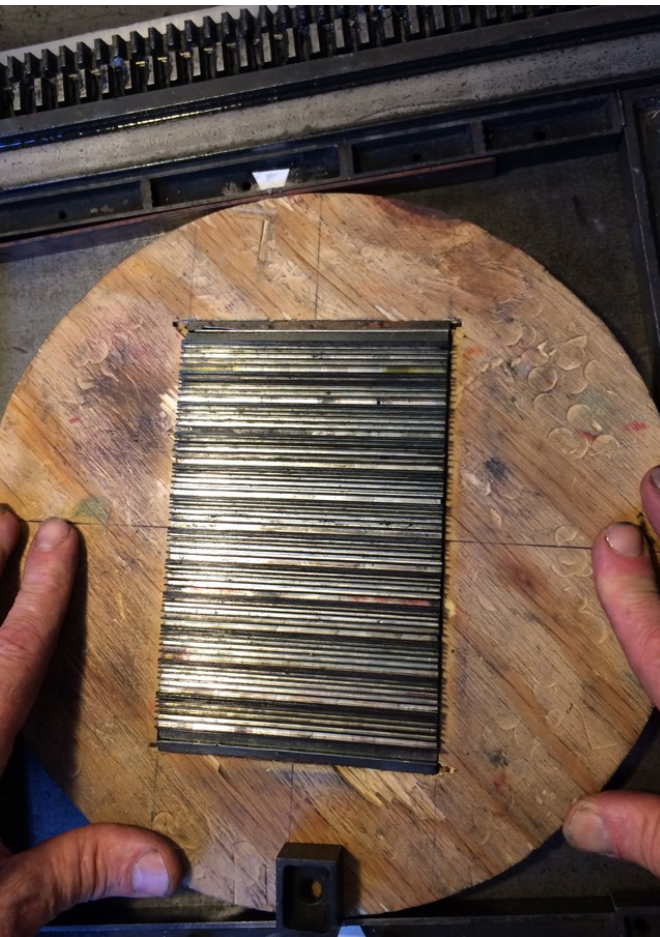
Výtvarné možnosti moiré

Repetice odrazem v n -úhelníku

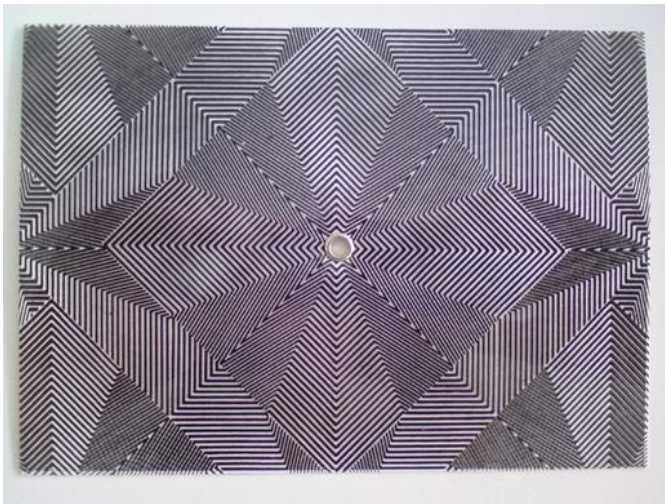
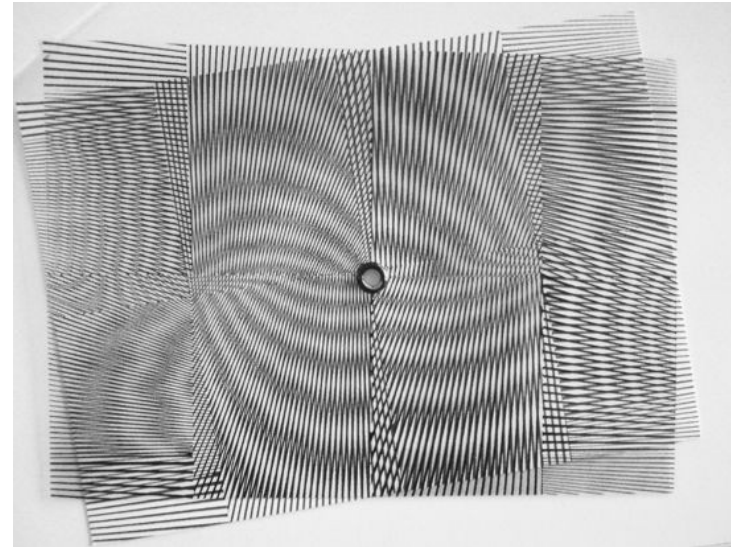
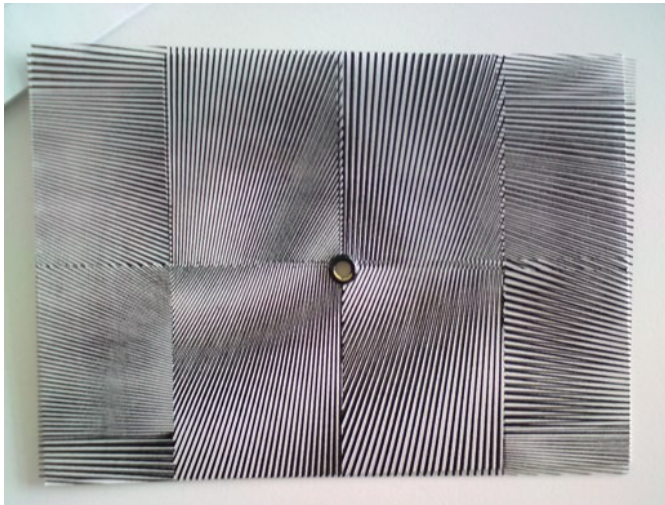
John Miller & Corey Hirsch



Obrázek vykreslený na rastrové obrazovce se liší od vektorové grafiky



Dikko Faust / Purgatory Pie Press



Savina Petkova



Frekvenční artefakty – alias

Nežádoucí mimo výtvarnou grafiku: tisk, televizní obraz...

**Bezpečné vzorkování při dvojnásobné frekvenci
než je maximální harmonická složka**

Shannon–Nyquistova věta

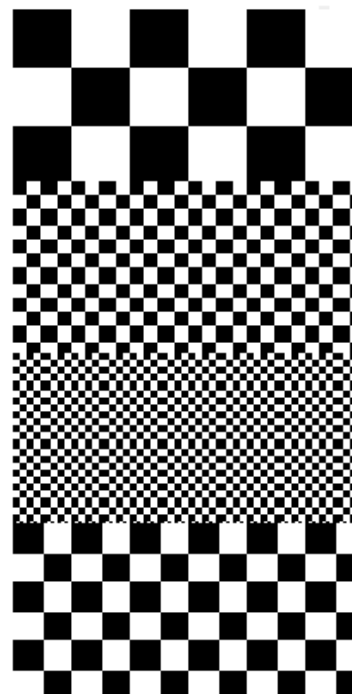
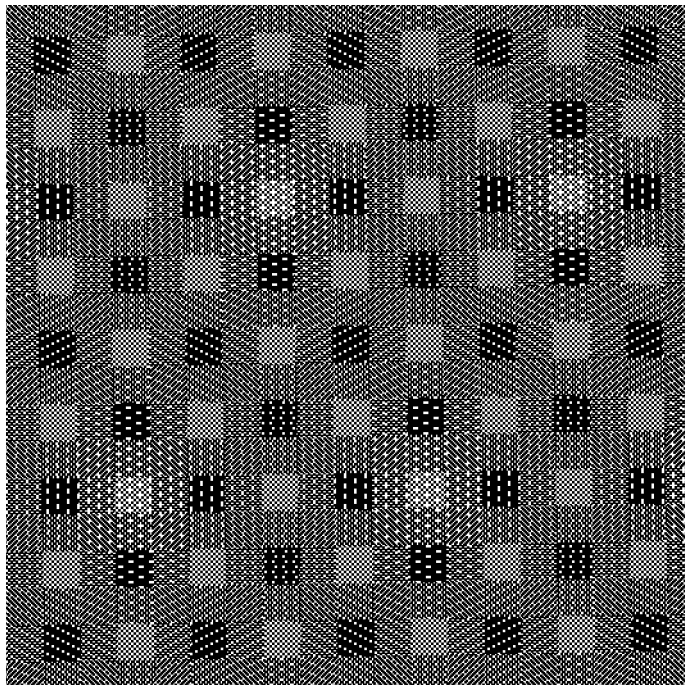
**Frekvenčně omezené funkce lze rekonstruovat
i při výskytu aliasu**

Pro spojité funkce, nebo je-li vzorkování finální:

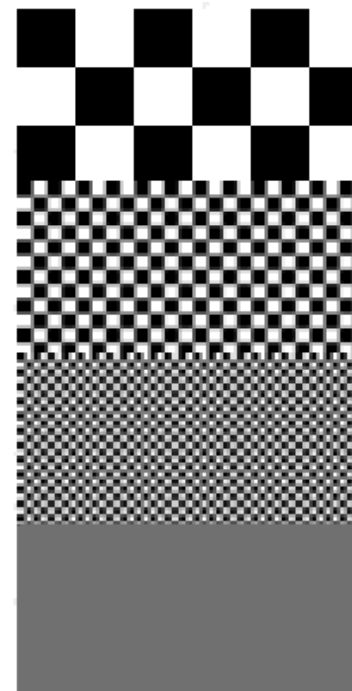
Antialiasing

rozostření (falšování) nezachytitelných frekvencí

Efekt převzorkování z 300 dpi na 72 dpi



alias
bodového
rastru



antialiasing
dvojnásobnou
frekvencí

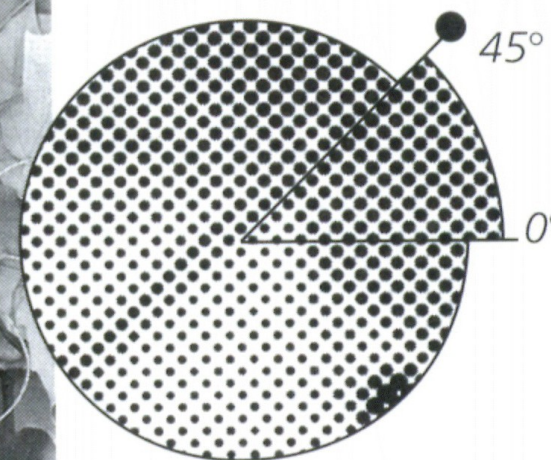
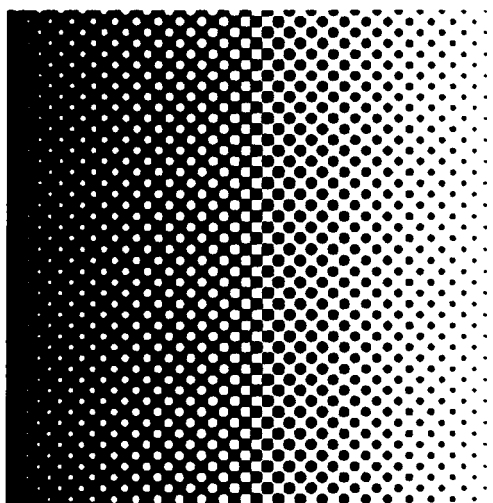
Čtyřnásobek tiskových bodů oproti vzorkování

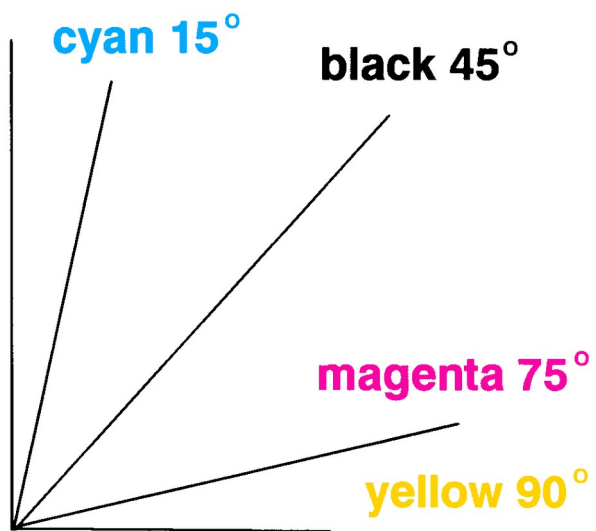
Stochastický rastr

= stejně velké body v různé vzdálenosti

Autotypický rastr

= různě velké body v pravidelné mřížce,
256 odstínů polotónováním v bloku 16×16 ,
úhel půltónů 45°





Barevná rozeta

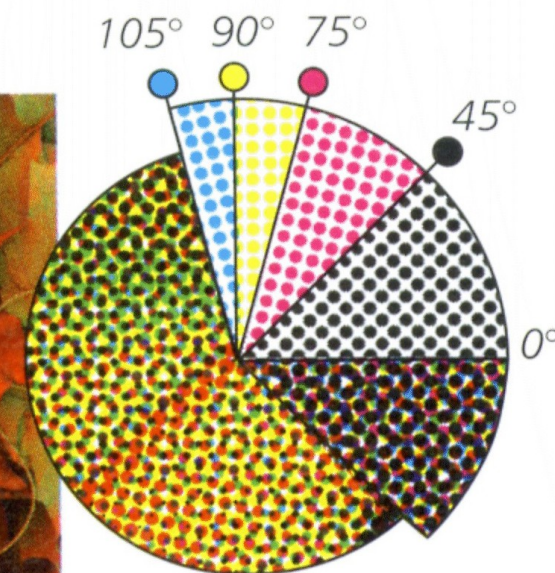
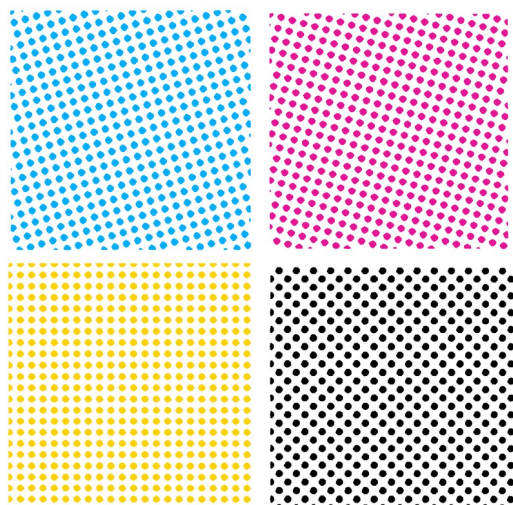
ideální odstup rastrů 30°

Kruh: 0°–90°

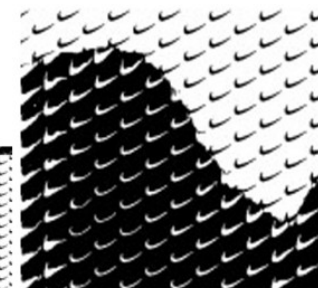
nejméně výrazný odstín porušuje pravidlo,
žlutá náchylná k aliasu

Elipsa: 0°–180°

C 105°, M 165°



Výtvarné polotónování



➔ **Umpol**

Michal Valenta, 2006

Viktor Ostromoukhov, 2000



■ ESTETICKÉ TRANSFORMACE

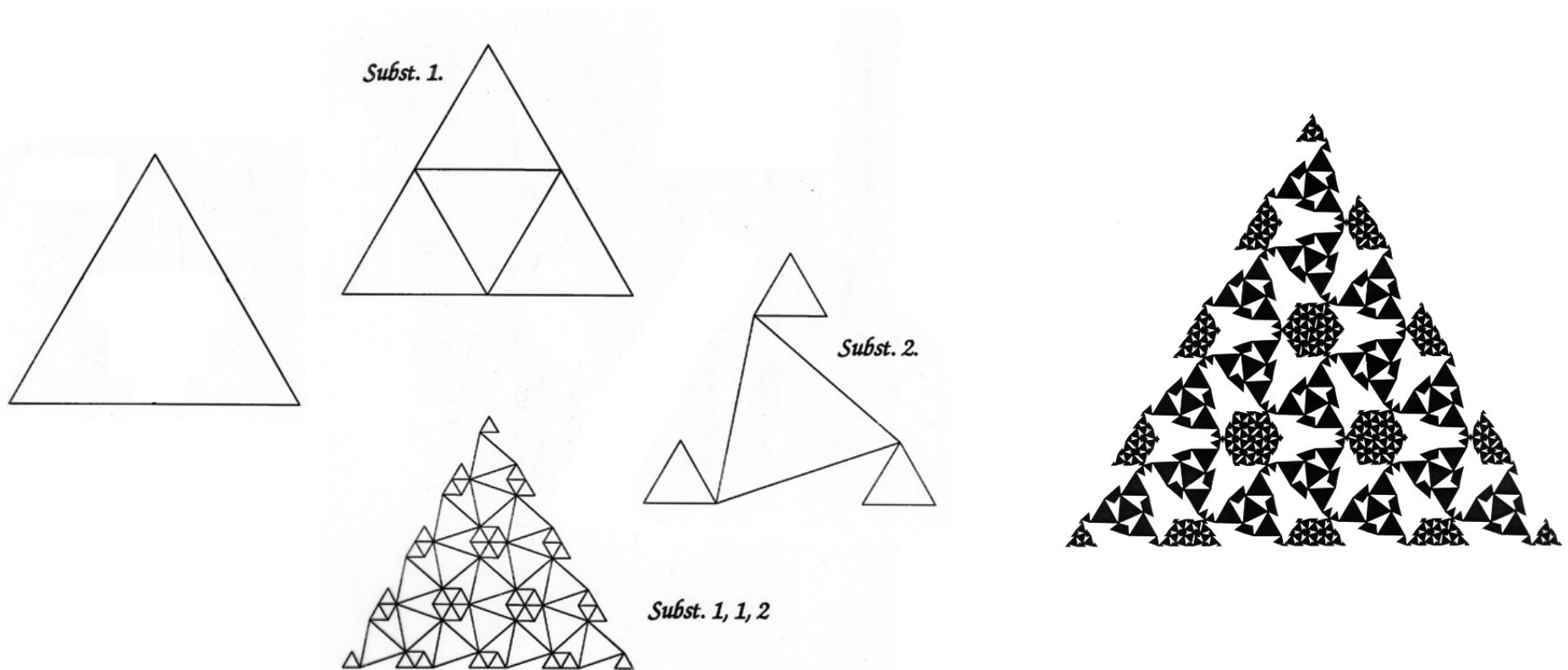
- Spirolaterály
- Transformace a projekce
 - geometrická zobrazení
 - kruhová inverze
 - efekt Droste
- Opakování vzorů
 - sledování cíle
 - nelineární sledování
- Moiré
- **Geometrické substituce**



Drobení prostoru

Algoritmy množící data rekurzivními transformacemi

Fraktální členění roviny i její ornamentální kompozice
(viz příslušné přednášky)



Nahrazení geometrických objektů jinými dle předpisu

Andrew Glassner, 1992

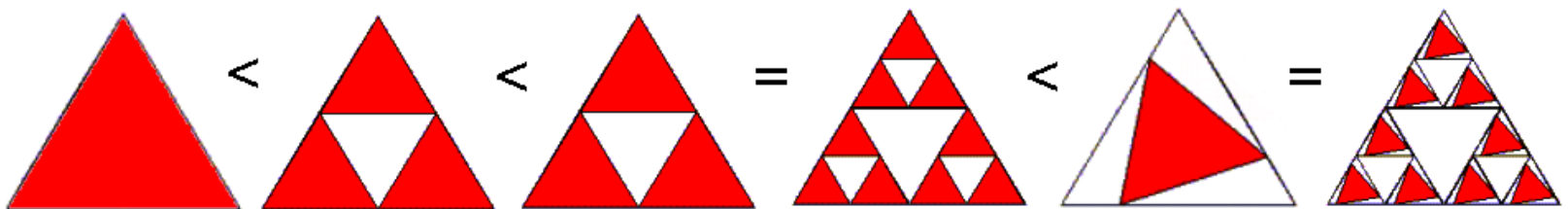
Substituční pravidla

definují geometrii transformace

obecně m -stěn $\rightarrow n$ -stěn

„živé“ (přepisované) a terminální oblasti
a orientaci mapování

Konstrukce = postupná aplikaci substitucí
ve všech živých oblastech



Typy substitucí:

omezíme se na rovinné substituce

Klonování

**n -úhelník je nahrazen jedním
nebo více n -úhelníky**

Mutace

n -úhelník je nahrazen množinou m -úhelníků

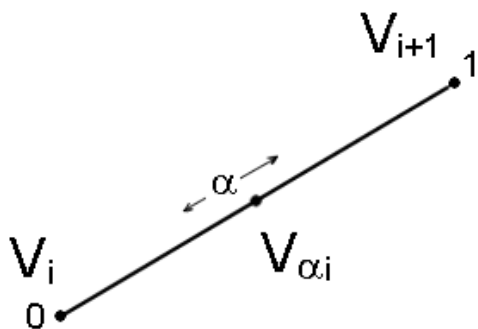
Obecné n -úhelníky lze pro jednoduchost omezit
na trojúhelníky

Zobecnění substitucí na složitější objekty
a do více rozměrů je zřejmé

Algoritmy konstrukce pravidel

Pro každý vrchol V_i existuje jeho předchůdce V_{i-1} a následník V_{i+1} v dohodnutém pořadí

Funkce **ev** (*edge vertex*) určuje umístění vrcholu $V_{i\alpha}$ na straně n -úhelníka na základě sousedních vrcholů V_i , V_{i+1} a koeficientu α

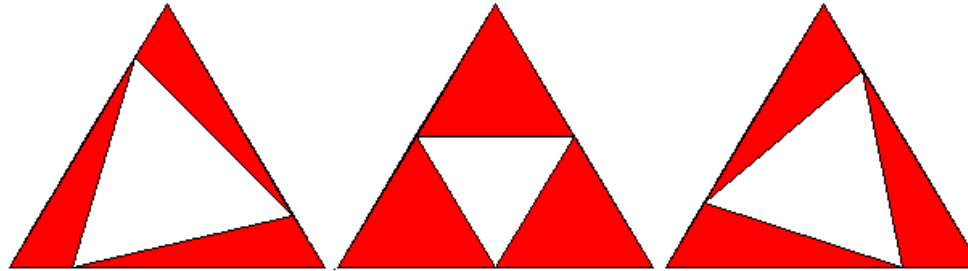


$$\begin{aligned} V_{i\alpha} &= \mathbf{ev}(V_i, V_{i+1}, \alpha) = \\ &= \alpha V_{i+1} + (1-\alpha) V_i \end{aligned}$$

Číslo α je skalární hodnota z $[0, 1]$

Pro $\alpha = 1/2$ vrchol pólí stranu

Při definici nových vrcholů záleží na pořadí

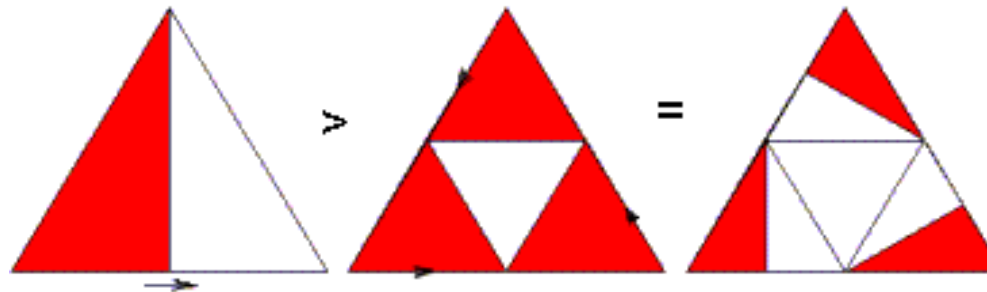


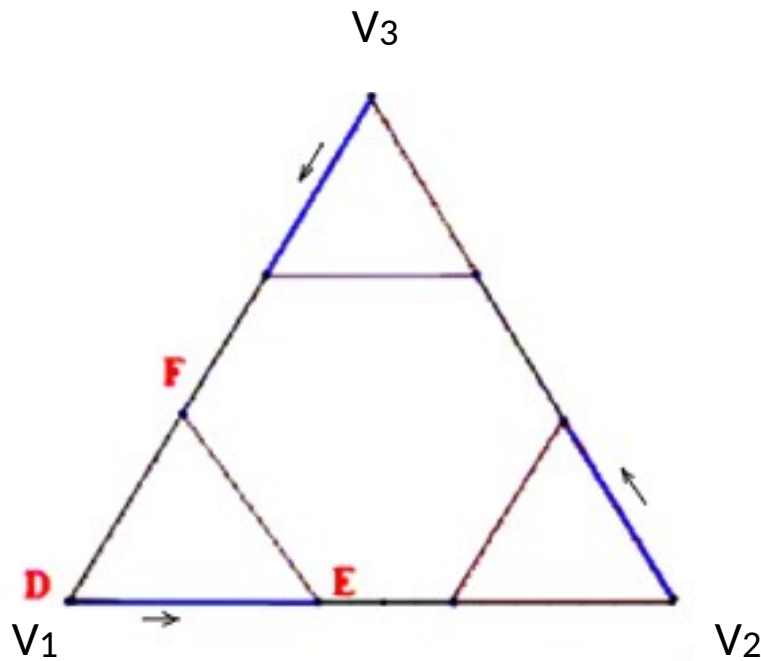
$$\alpha = 1/4$$

$$\alpha = 1/2$$

$$\alpha = 3/4$$

Namapování pravidla na n -úhelník je závislé na orientaci stran





$$D = V_1$$

$$E = \text{ev}(V_1, V_2, \alpha)$$

$$F = \text{ev}(V_1, V_3, \alpha)$$

Funkce **vpoly** vytvoří polygon ze vstupních vrcholů V_1, \dots, V_n

$$\text{vpoly}(V_1, \text{ev}(V_1, V_2, \alpha), \text{ev}(V_1, V_3, \alpha))$$

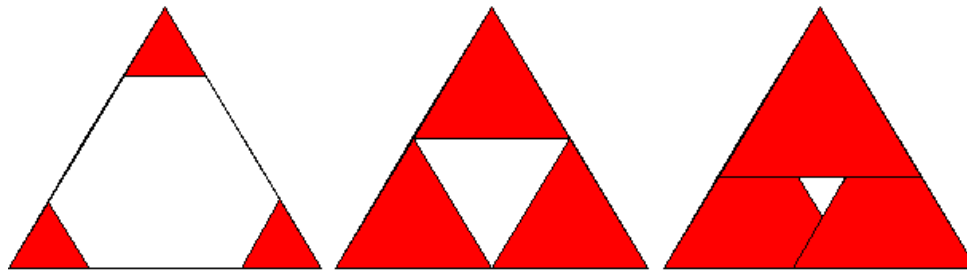
$$\text{vpoly}(V_2, \text{ev}(V_2, V_3, \alpha), \text{ev}(V_2, V_1, \alpha))$$

$$\text{vpoly}(V_3, \text{ev}(V_3, V_1, \alpha), \text{ev}(V_3, V_2, \alpha))$$

Vrcholy tvoří kruhově vázanou posloupnost — substituci lze cyklicky zopakovat ve všech vrcholech

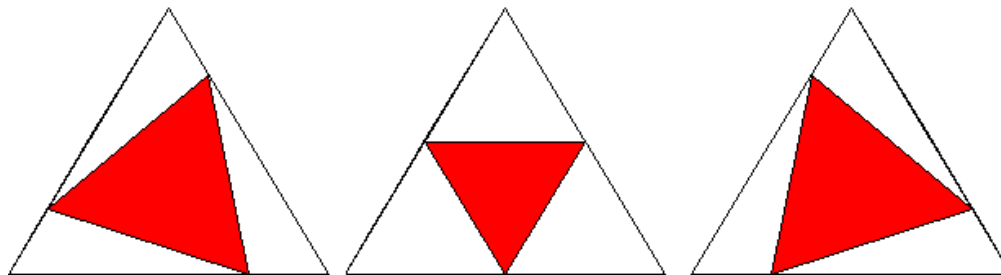
Funkce **vloop** slouží pro zopakování dílčí konstrukce na všech vrcholech n -úhelníka

Rohy vrcholů: **vloop** (**vpoly** (V_1 , **ev** (V_1, V_2, α), **ev** (V_1, V_3, α)))

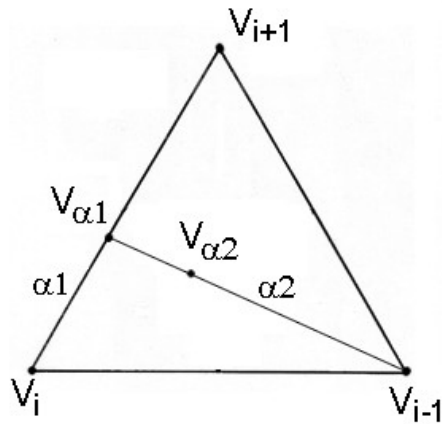


$\alpha > \frac{1}{2}$:
sloučíme-li vrstvy,
klonování přechází
v mutaci

Vepsání: **vpoly** (**vloop** (**ev** (V_1, V_2, α)))

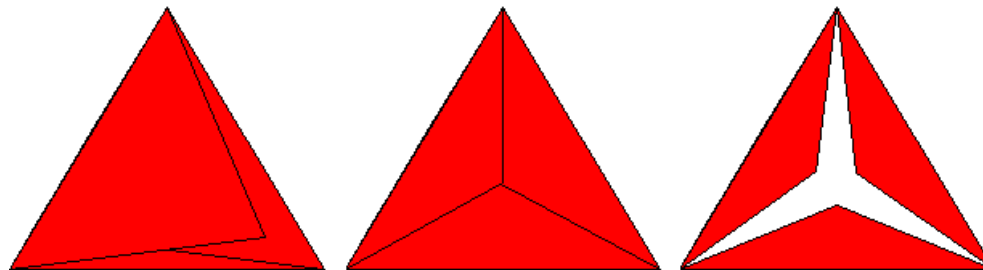


Kombinovaná funkce **ec** umístí vrchol mimo stávající stranu — dvojitý ‚řez‘ pomocí funkce **ev**



$$V_{\alpha 2} = \mathbf{ec}(\mathbf{ev}(V_i, V_{i+1}, \alpha_1), V_{i-1}, \alpha_2)$$

Inverzní hvězda: $\mathbf{vloop}(\mathbf{vpoly}(V_1, V_2, \mathbf{ec}(\mathbf{ev}(V_1, V_2, 1/2), V_3, \alpha)))$

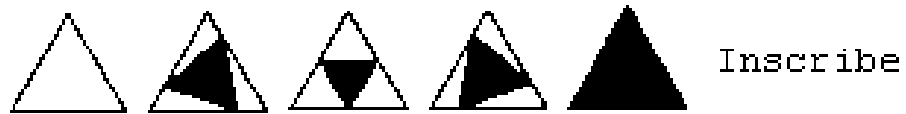


$$\alpha = 1/4$$

$$\alpha = 2/3$$

$$\alpha = 3/4$$

Glassnerovy klonovací substituce



vpoly (vloop (ev (V_i, V_{i+1}, α)))







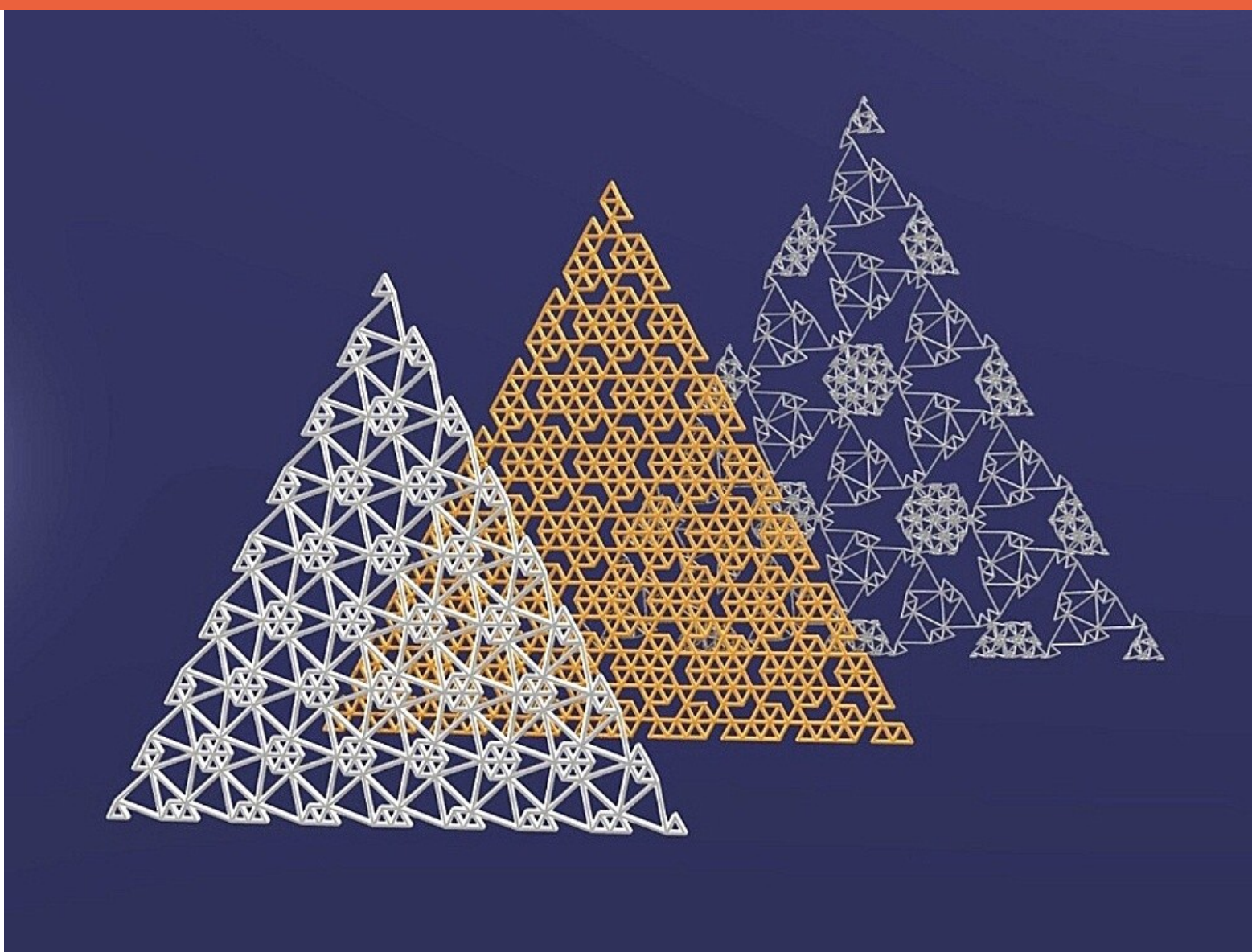
vloop (vpoly ($V_i, \text{ev} (V_i, V_{i-1}, \alpha), \text{ev} (V_i, V_{i+1}, \alpha)$))



vpoly (vloop ($V_i, \text{ev} (V_i, V_{i-1}, \alpha), \text{ev} (V_i, V_{i+1}, \alpha)$))

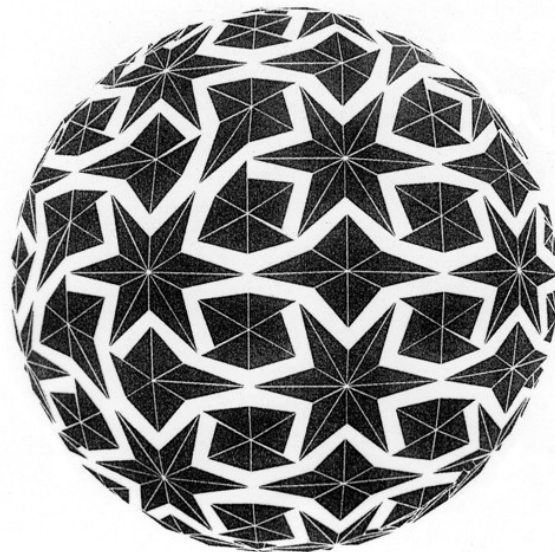
Složitější substituční pravidla

	Dilate	$\text{vpoly}(\text{vloop}(VC_i\alpha))$
	Frame	$\text{vloop}(\text{vpoly}(V_i, VC_i\alpha, VC_{i-1}\alpha, V_{i-1}))$
	Fan	$\text{vloop}(\text{vpoly}(V_i, VM_i\alpha, C))$
	Star	$\text{vloop}(\text{vpoly}(V_i, VM_i\alpha, C), \text{vpoly}(V_i, VM_{i+1}\beta, C))$



I. Serba

Projekce přináší nové výtvarné možnosti



...stejně jako barevné iterační modifikace

