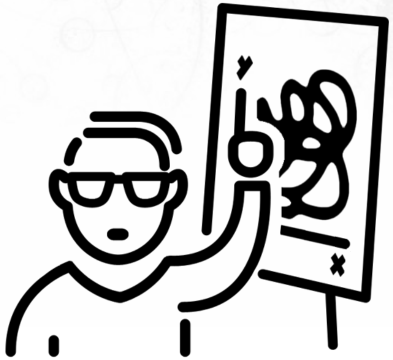
ARTGORITMY / 06

ESTETICKÉ PROPORCE

Zlatý řez v matematice, umění a designu



ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- Cesty ke zlatému řezu
- Božská proporce
- Fibonacciho matematika
- Zlatý řez a fraktály
- Proporce v architektuře a designu

Jak jsme vlastně dospěli k číslům, k proporcím...?

Kost z Ishanga • dnešní Uganda / Kongo

20 tisíc let př. n. l.

První matematická abstrakce — *vztahy* mezi čísly

Keramika z Xianrendong • Jiangxi, Čína, 20 000 př. n. l.

Přirozená čísla

Počty věcí

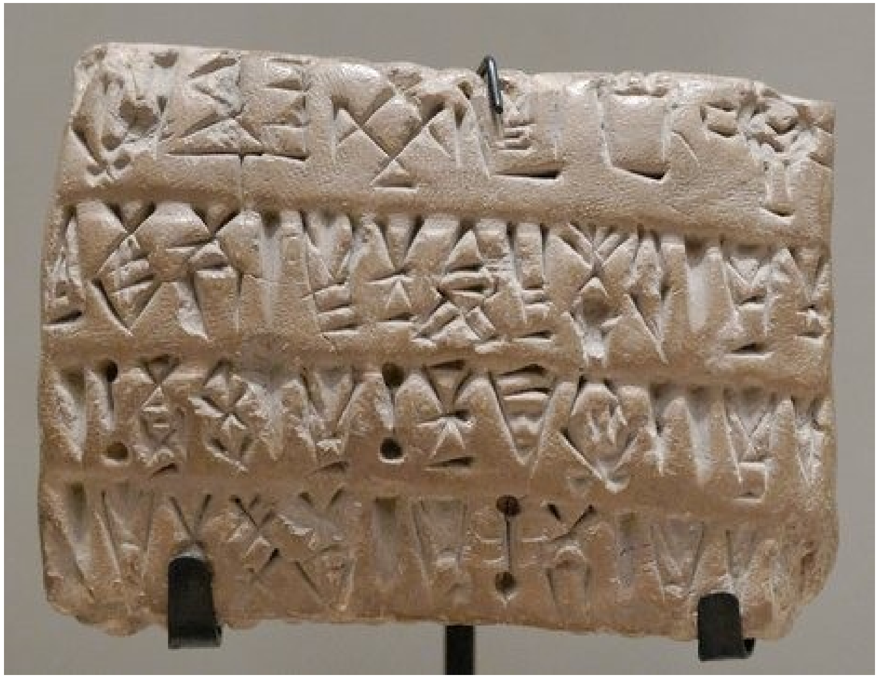
Od mladšího paleolitu po neolit:
pojmy ‚jeden” a ‚dva‘; co je víc než pět je ‚mnoho‘

MS 5073
Cylcon, possibly recording distances as travel-days of 10 different paths in the aborigines' mythological landscape. Australia, ca. 20000-3000 BC

Složitější počítání potřebuje důmyslnější zápis čísel

První systematické záznamy ‚vyšší matematiky‘

Období eneolitu (4 000 – 2 000 př. n. l.)



Složitější než zářezy na vrubových kostech

Elam (dnešní Írán), kolem 4 000 př. n. l.

Klínové znaky

později přebírají Sumerové

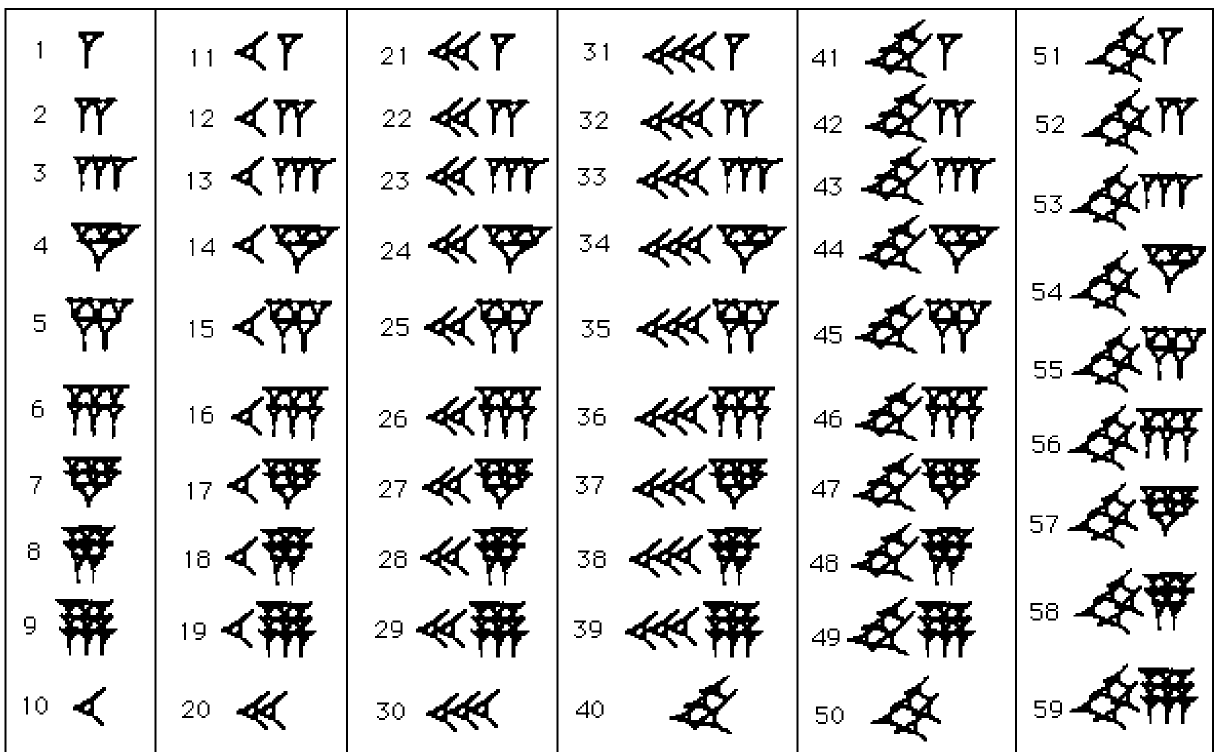
Řešení rovnic

Sumerové, cca od 4 000 př. n. l.

Šedesátková soustava, tabulky násobení a dělení

Unikátní symboly pro číslice 1−59

Dělitelnost 2, 3, 4, 5, 6 — od 2. tis. př. n. l. poziční soustava



Nula

Babyloňané, 2 000 př. n. l.

Stejný symbol | pro 1, 60, 3 600…

Co znamená číslo ||?

2, 61, 3 601, 3 660…

Rozlišení pozicí významného řádu: |, |//, |// //

jednotky, šedesátky…

Nula // nemá číselnou hodnotu,
je to znak pro obsazení prázdné pozice

Nesmí stát osamoceně: horror vacui

Racionální čísla

1. tis. př. n. l.

Babylonská nula vede k používání záporných řádů

½ se píše jako 0 ; 30

¾ se píše jako 0 ; 45

středník je „šedesátinná čárka“

Aplikátorem zejm. astronomie, výpočty usnadňují matematické tabulky

Tabulka YBC 7289 znázorňuje čtverec a dvě úhlopříčky, nad jednou z nich je vyznačeno číslo 1 ; 24,51,10 = 1 + 24 / 60 + 51 / 3 600 + 10 / 216 000 = 1,4142129

Přitom √2 = 1,4142136

Desítková soustava

Egypťané

od 3. tis. př. n. l.

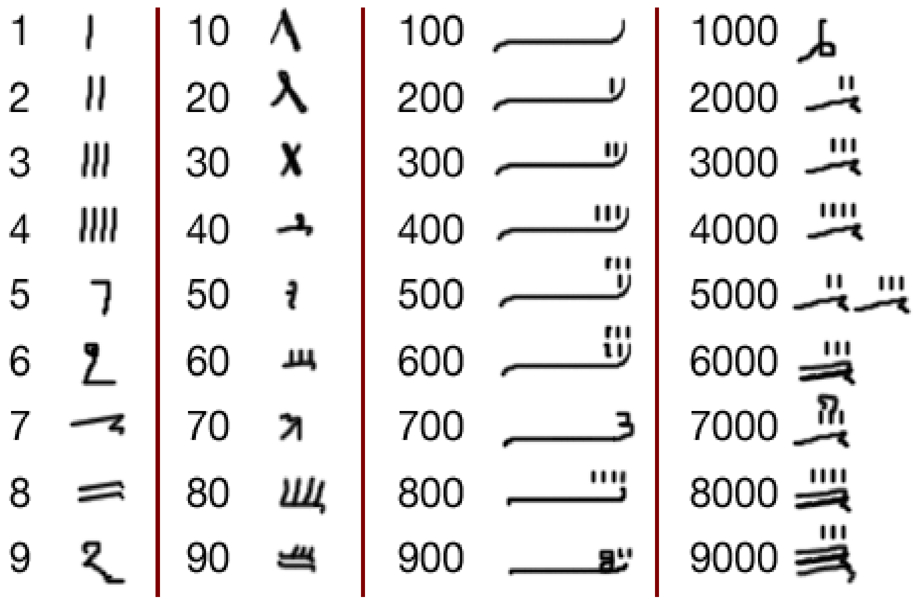
Nepoziční soustava

tj. znaky sdružovány libovolně

Řešení soustav rovnic

36 znaků pro čísla až do 9 000

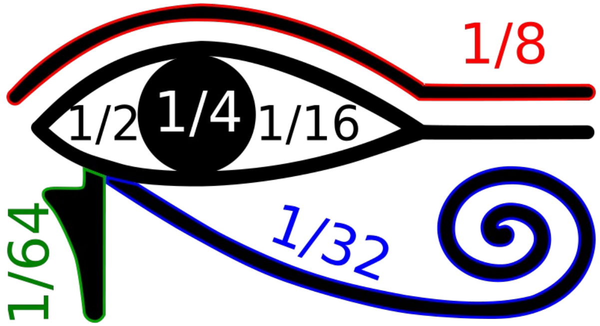
Později zjednodušení



Egyptské poměry a zlomky

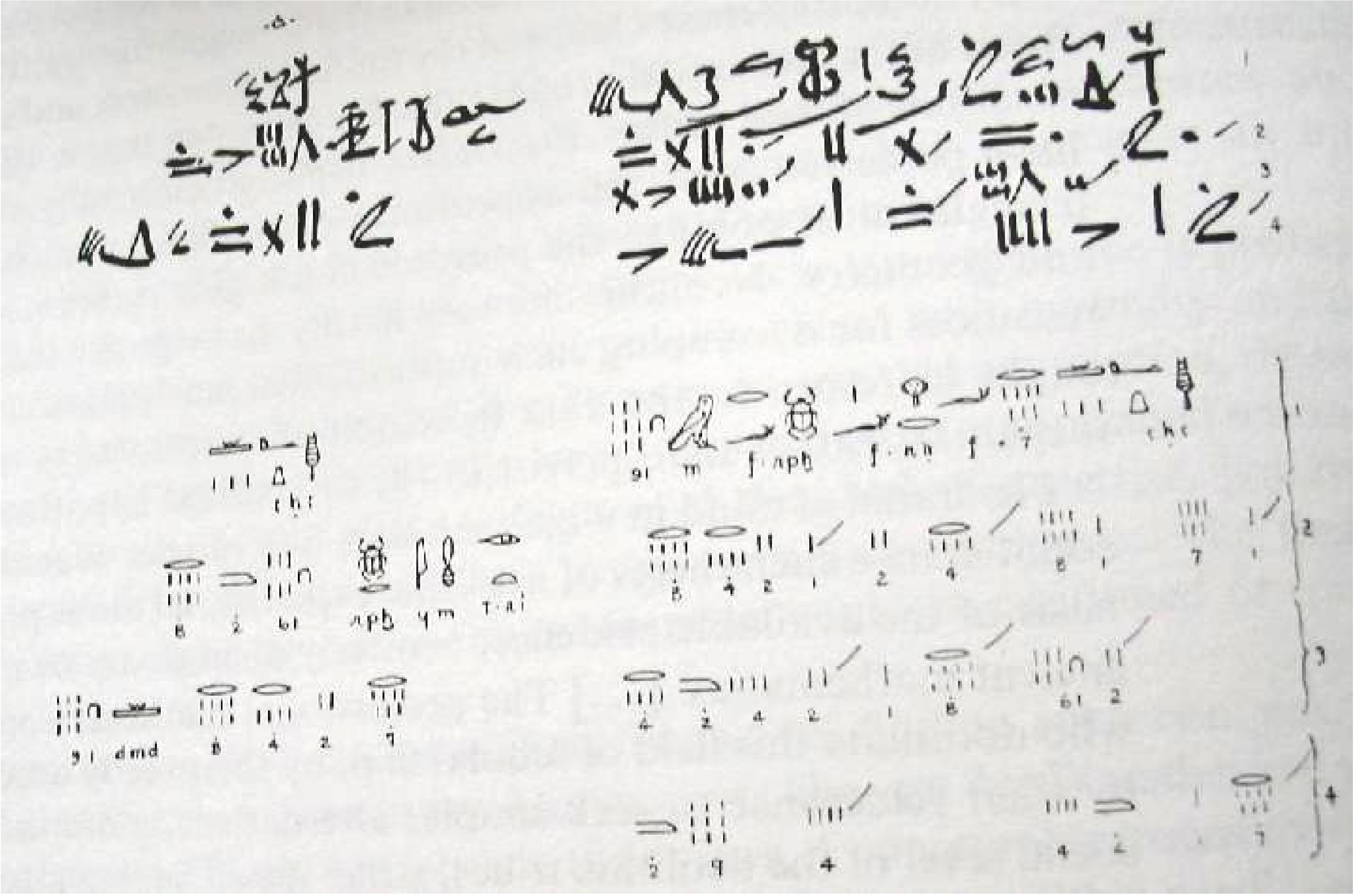
Nejprve užívána polovina, později čtvrtina, a teprve poté i další zlomky vzniklé půlením: 1 / 8, 16, 32, 64

Ostatní zlomky pomocí sčítání jednotkových kmenových zlomků



Novější pojetí (od Střední říše): zlomky 1 / *n* pro přirozená čísla

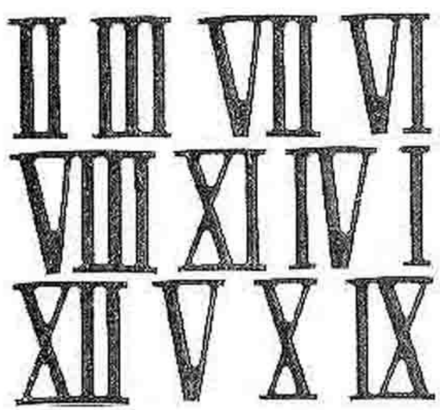
Princip používaný v Evropě až do renesance (14. st.)



Ahmesův papyrus (cca 1 650 př. n. l.)

Evropské číslice

Řekové	**akrofonické číslice**
900 př. n. l.	A = 1, B = 2, Γ = 3, Δ = 4, E = 5, I = 10, N = 50, P = 100
Etruskové	**nezávislé symboly**
750 př. n. l.	I = 1, Λ = 5, X = 10, ψ = 50, 8 = 100, ⊕ = 1 000
Římané	**vývoj z etruských číslic**
500 př. n. l.	I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1 000

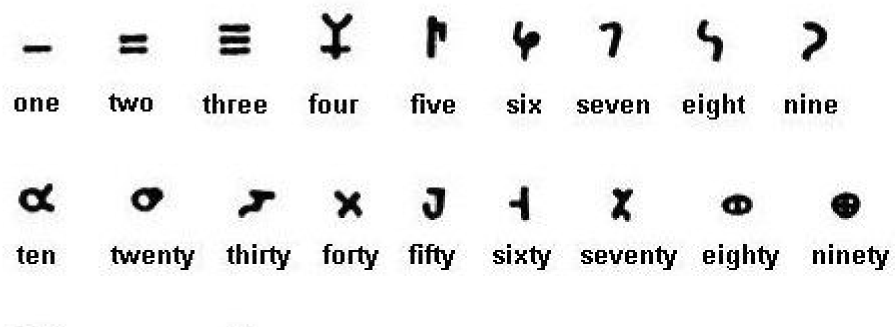


Pseudopoziční soustava

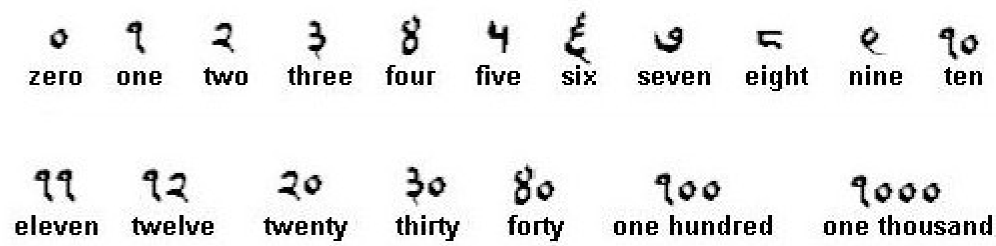
tj. číslice uspořádány sestupně,
ale existují výjimky —
kontextové umístění znaků I, X, C

Indické číslice

od 4. st. př. n. l.



Brahmi



Nagara

Árjabhata (498 n. l.)

Poziční soustava s nulou

!

od 7. st. n. l.

Unikátní znaky jen pro čísla 0–9,

ostatní: sčítání násobků mocnin 10

Aproximace čísel

Árjabhata (499 n. l.)

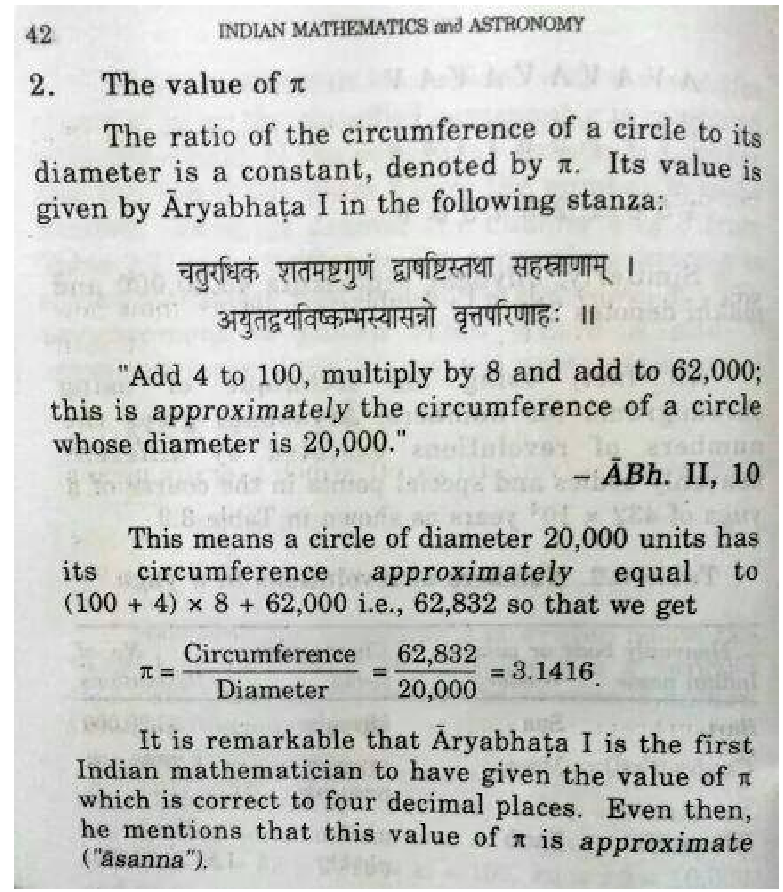
Indové věděli, že π je iracionální číslo

„Ćaturadhikam śatamaṣṭaguṇam dvāṣaṣṭistathā sahasrāṇām

Ajutadvajaviṣkambhasjāsanno vṛttapariṇāhaḥ“

Egypťané, Babyloňané i Řekové se spokojili s méně přesnými odhady

Důkaz iracionality až J. H. Lambert (1761)



42 INDIAN MATHEMATICS and ASTRONOMY

2. The value of π

The ratio of the circumference of a circle to its diameter is a constant, denoted by π. Its value is given by Āryabhaṭa I in the following stanza:

चतुरधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तथा सहस्राणाम् ।
अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाहः ॥

"Add 4 to 100, multiply by 8 and add to 62,000; this is *approximately* the circumference of a circle whose diameter is 20,000."

– *ĀBh.* II, 10

This means a circle of diameter 20,000 units has its circumference *approximately* equal to (100 + 4) × 8 + 62,000 i.e., 62,832 so that we get

$$\pi = \frac{\text{Circumference}}{\text{Diameter}} = \frac{62{,}832}{20{,}000} = 3.1416.$$

It is remarkable that Āryabhaṭa I is the first Indian mathematician to have given the value of π which is correct to four decimal places. Even then, he mentions that this value of π is *approximate* ("*āsanna*").

Záporná čísla

Indové v 6.–7. st. n. l.

Počítání chybějících částí

„Prázdno odečtené od jmění je opět jměním, jmění odečtené od prázdna je dluhem.

Dluh násobený dluhem je zase jměním, násobek jmění a dluhu potom dluhem.“

Brahmagupta (628 n. l.)

Efektivní zápis a řešení rovnic

do té doby spíše slovní úlohy

Arabské číslice

od 8. století z Indie přes Persii a Arábii do Španělska a Itálie

Muhammad ibn Músá al-Chórezmí

Kitáb al-džám'a wa-l-tafríq bil-hisáb al-hindi

(825)

Modus Indorum

= arabské číslice + poziční soustava

Leonardo Pisánský, *Liber Abaci* (1202)

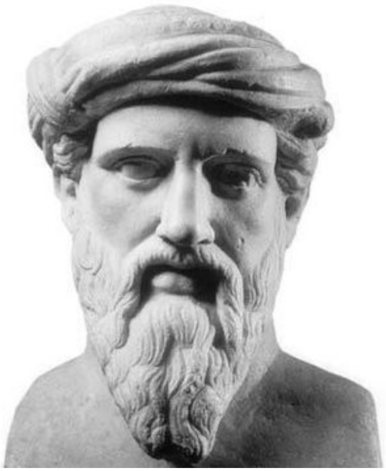
Ve Francii až od 18. století

ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- **Cesty ke zlatému řezu**
- Božská proporce
- Fibonacciho matematika
- Zlatý řez a fraktály
- Proporce v architektuře a designu

Nesouměřitelné proporce

Řekové: obdiv k *arithmos* —
vnitřním vlastnostem celých čísel a jejich poměrů



Pýthagorás ze Samu

cca 570–510 př. n. l.

Čísla jsou abstraktní entity

Matematika je jazykem řádu

kosmického, hudebního, morálního…

„Charakteristiky všech věcí ve vesmíru mají povahu čísel.“

Mystika čísel —

1 + 2 + 3 + 4 = 10 ~ bod + úsečka + rovina + prostor = kosmos

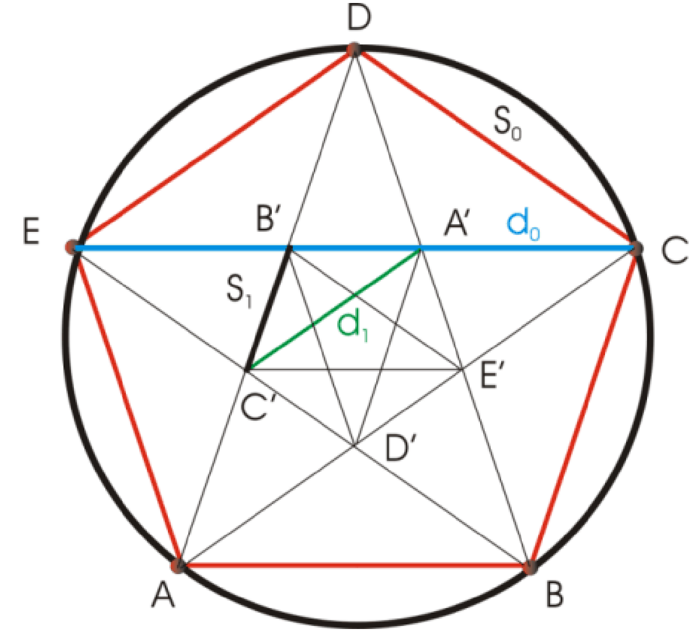
5 = zdraví a moudrost, symbolem pythagorejců je pentagram

Strana a úhlopříčka pětiúhelníku
jsou nesouměřitelné

v divném poměru, který nelze vyjádřit zlomkem

Stejně tak rameno a cíp pentagramu

Nelze najít největšího společného dělitele délek



Díky tomu lze donekonečna vpisovat do vrcholů pětiúhelníku pentagramy

Vnitřní vrcholy pentagramů tvoří rekurzivní pětiúhelníky:

strana rovna druhé mocnině ‚divného' poměru k původní délce

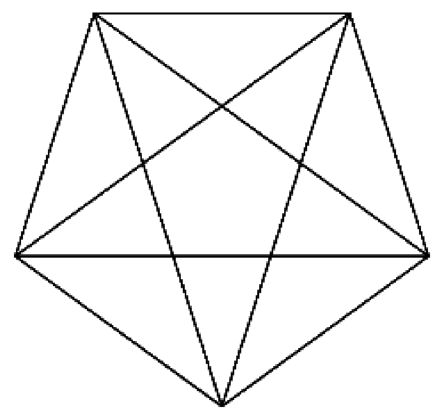
Objev čísel, která nelze zařadit mezi celá ani mezi celočíselné poměry, vyvolává mezi pythagorejci zmatení

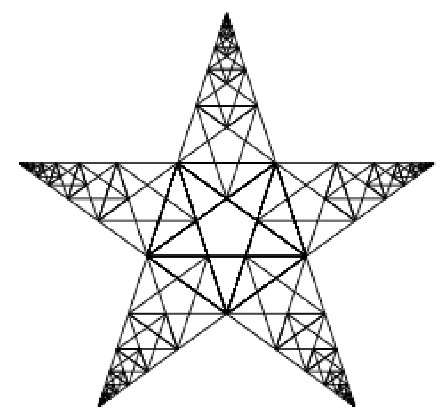
Existenci nekonečných poměrů připouštějí, ale nekonečný a neperiodický desetinný rozvoj je pro ně příliš

→ taková čísla jsou *mimo poměr*, tj. *nerozumná*

Iracionální čísla

= projev chyby v kosmu, věc mimo řád, jež musí být uchována v tajnosti





Hippasos z Metapontu

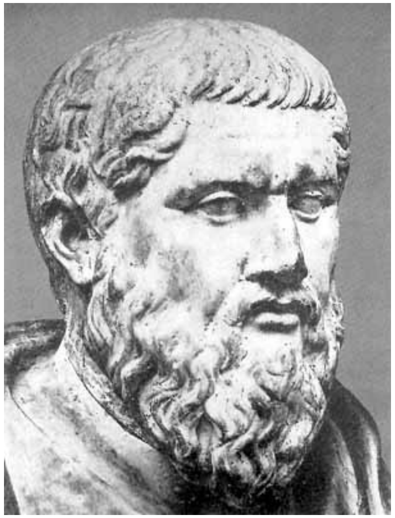
akusmatici × matematici

Zájem o nový objev v souvislosti s pokusy o sestrojení platónských těles

počátek 4. st. př. n. l.

Platón

427–347 př. n. l.



Krása a dokonalost forem souvisí s dobrým principem jejich stavby

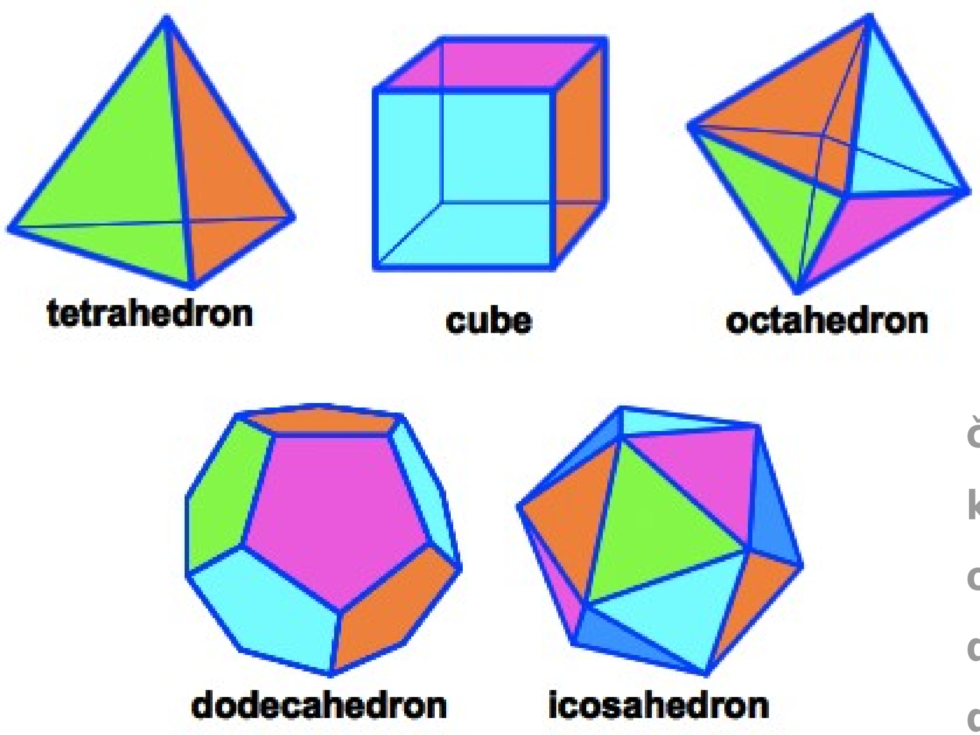
Jedním ze základních principů krásy a poznání je symetrie

Svět je hmotným vyjádřením idejí, nejvyšší je idea dobra

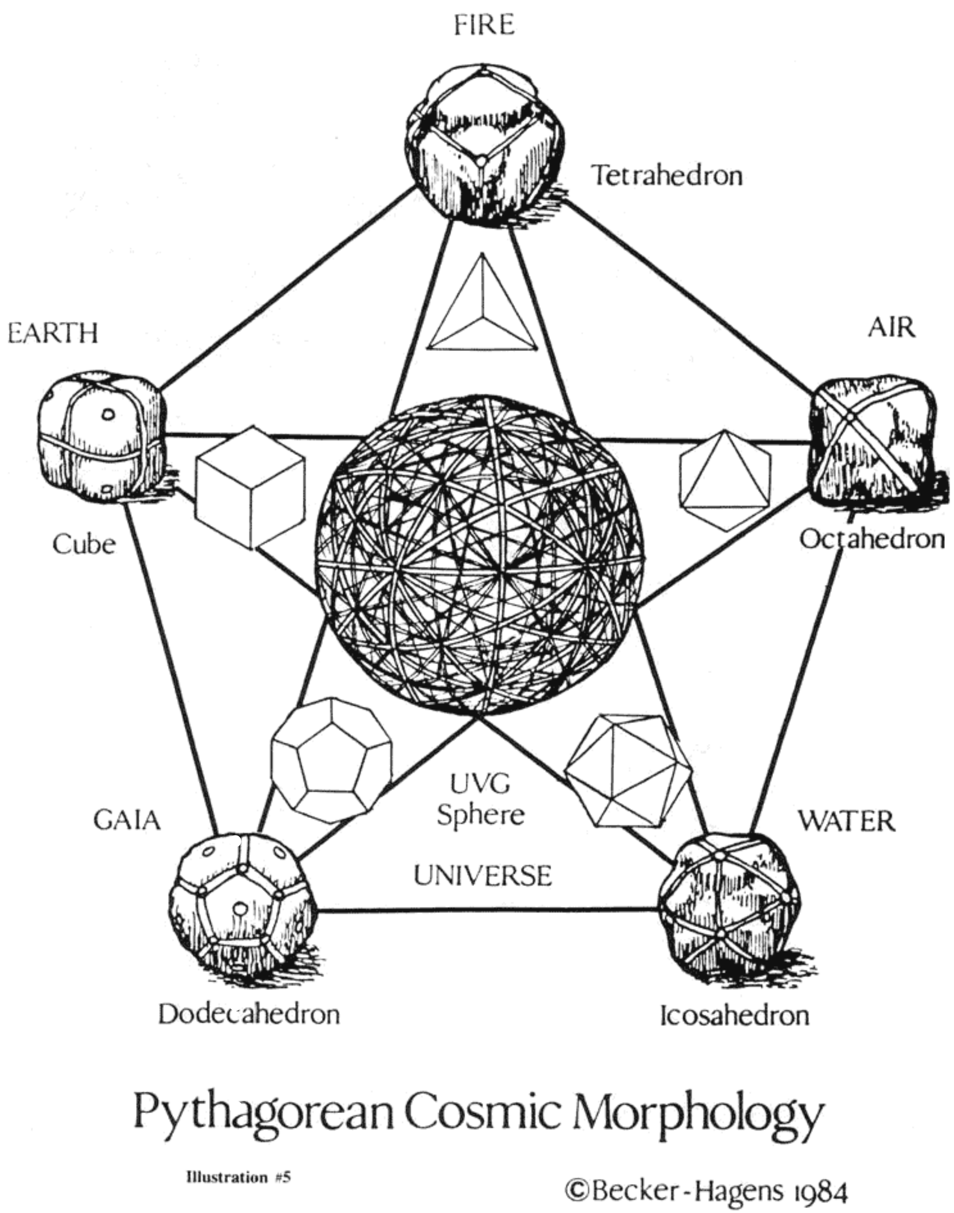
= v hmotném světě: krása

Platónská tělesa

Pět pravidelných konvexních mnohostěnů =
stěny tvoří shodné rovnostranné mnohoúhelníky,
vrcholy jsou stejného stupně a leží na opsané kouli



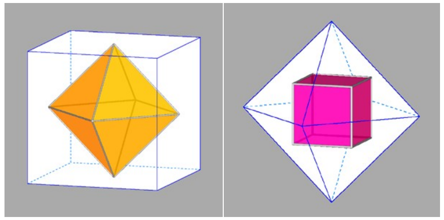
čtyřstěn	4 trojúhelníky
krychle	6 čtverců
osmistěn	8 trojúhelníků
dvanáctistěn	12 pětiúhelníků
dvacetistěn	20 trojúhelníků



Akusmatici přiřazují k platónským tělesům kosmologické fenomény

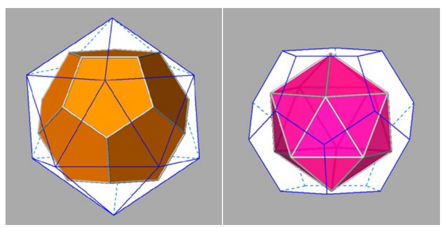
Matematikové hledají symetrie

Symetrie platónských těles



6 stěn 8 vrcholů 12 hran
8 stěn 6 vrcholů 12 hran
48 symetrií

Spojíme-li středy hranově sousedících stěn krychle, dostaneme osmistěn, a naopak



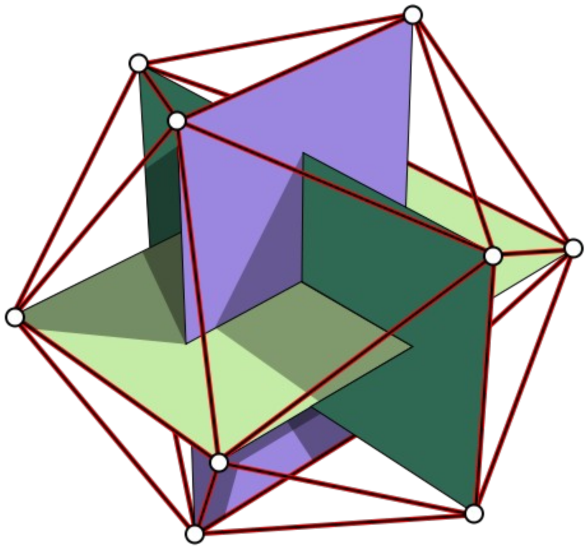
12 stěn 20 vrcholů 30 hran
20 stěn 12 vrcholů 30 hran
120 symetrií

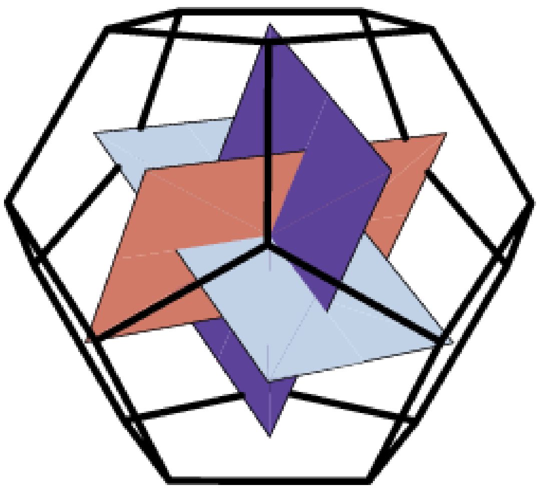
Spojíme-li středy hranově sousedících stěn dvanáctistěnu, dostaneme dvacetistěn, a naopak

Čtyřstěn se replikuje sám do sebe **24 symetrií**

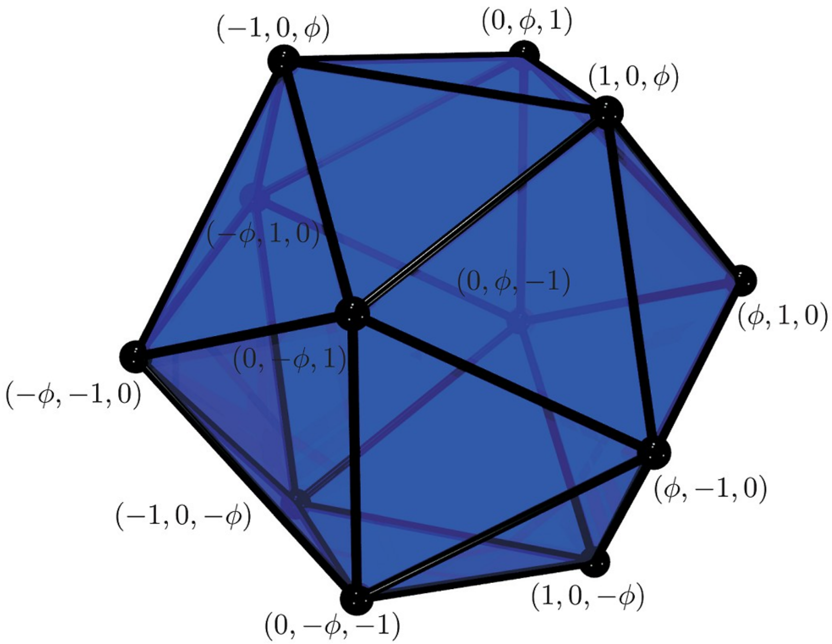
Dvanáct vrcholů dvacetistěnu lze rozdělit do tří skupin po čtyřech vrcholech

Tři „zlaté obdélníky“, navzájem kolmé se společným bodem ve středu dvacetistěnu

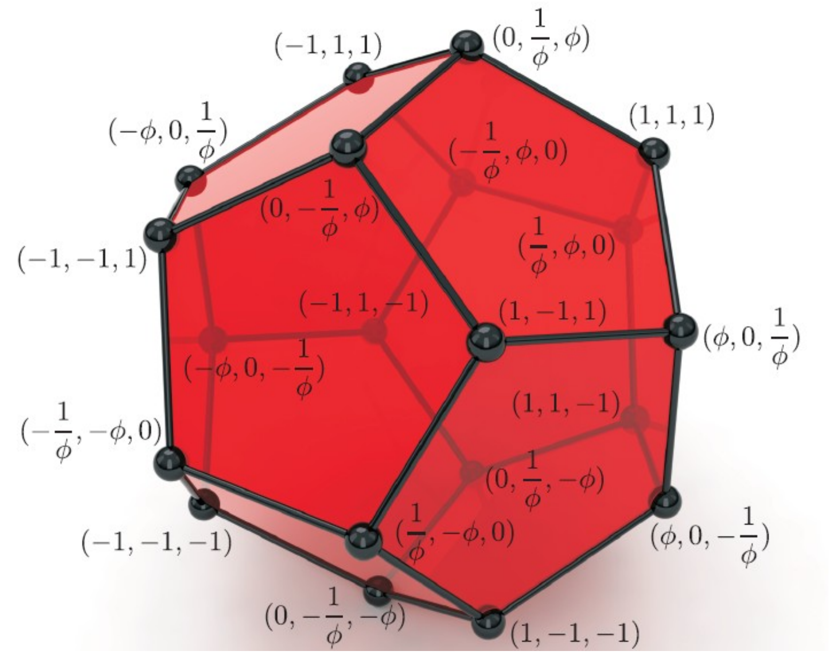




Podobně pro středy stěn dvanáctistěnu



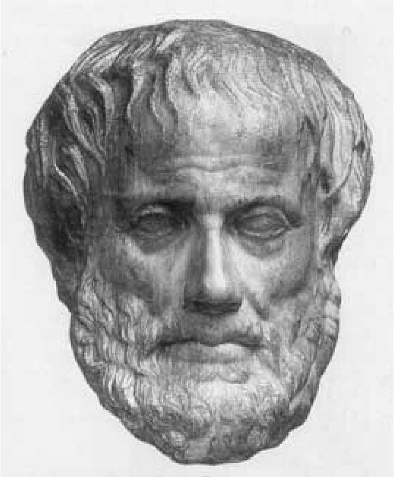
dvacetistěn



dvanáctistěn

Aristotelés ze Stageiry

384–322 př. n. l.



Důkaz nesouměřitelnosti —

potvrzení existence iracionálních čísel

Inspirace znalostí odmocnin
u Sumerů a Egypťanů

„Úhlopříčka čtverce je nesouměřitelná se stranou, protože kdyby se předpokládalo, že je souměřitelná, pak by lichá čísla byla zároveň sudá.“

První analytika, 350 př. n. l.

Symetrie logických tvrzení

důkaz sporem = vyvrácení negace

Navíc: nápaditost, úspornost, přínos

= jeden z nejhezčích důkazů klasické matematiky

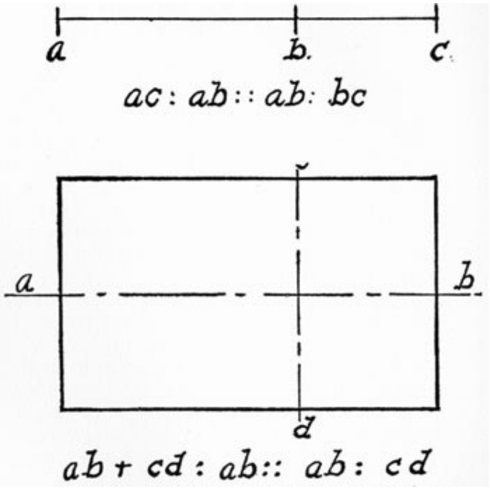
Dokažte, že číslo $\sqrt{2}$ je iracionální.

Zvolíme důkaz sporem, vyslovíme negaci daného výroku, tj. výrok „$\sqrt{2}$ je racionální číslo“. Jestliže $\sqrt{2} \in Q$, pak existují $r, s \in N$ taková, že $\sqrt{2} = \frac{r}{s}$, kde r, s jsou nesoudělná čísla. Rovnost upravíme $2s^2 = r^2$. Z této rovnice plyne, že r^2 je sudé, proto i r je sudé a dá se vyjádřit ve tvaru $r = 2r_1$. Dosadíme-li nazpět bude $s^2 = 2r_1^2$ a obdobně zjistíme, že s je také sudé. Jsou-li však čísla r, s sudá, pak jsou soudělná, což odporuje předpokladu, tj. došli jsme ke sporu. Číslo $\sqrt{2}$ je iracionální.

ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- Cesty ke zlatému řezu
- Božská proporce
- Fibonacciho matematika
- Zlatý řez a fraktály
- Proporce v architektuře a designu

Krajní a střední úměra



Eukleidés

cca 325–260 př. n. l.

První písemná definice

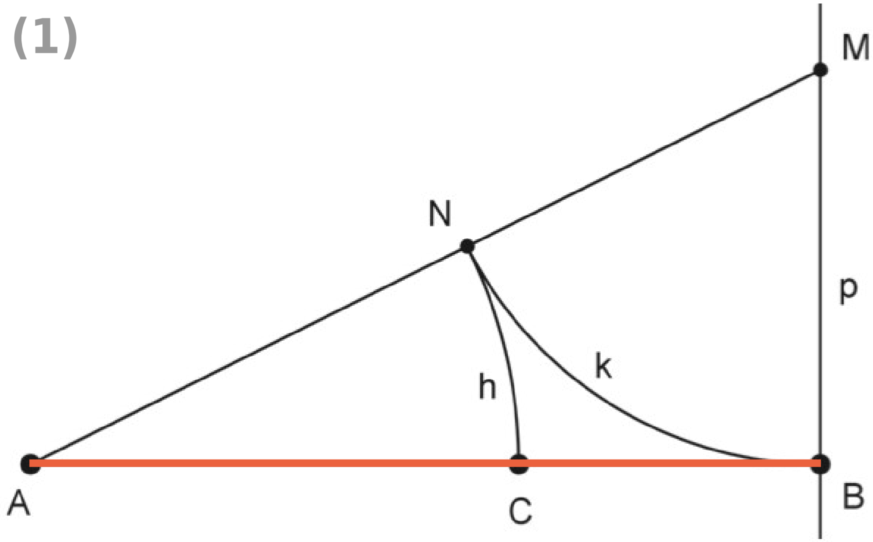
Základy **(*****Stoicheia*****), 300 př. n. l. —**
ve 2. knize definice, ve 4. knize sestrojení pětiúhelníku, ve 13. knize sestrojení dvanáctistěnu a dvacetistěnu

„Úsečka se rozdělí v krajním a středním poměru tehdy, když se celá má k delšímu dílu jako delší díl ke kratšímu."

Geometrie zlatého řezu

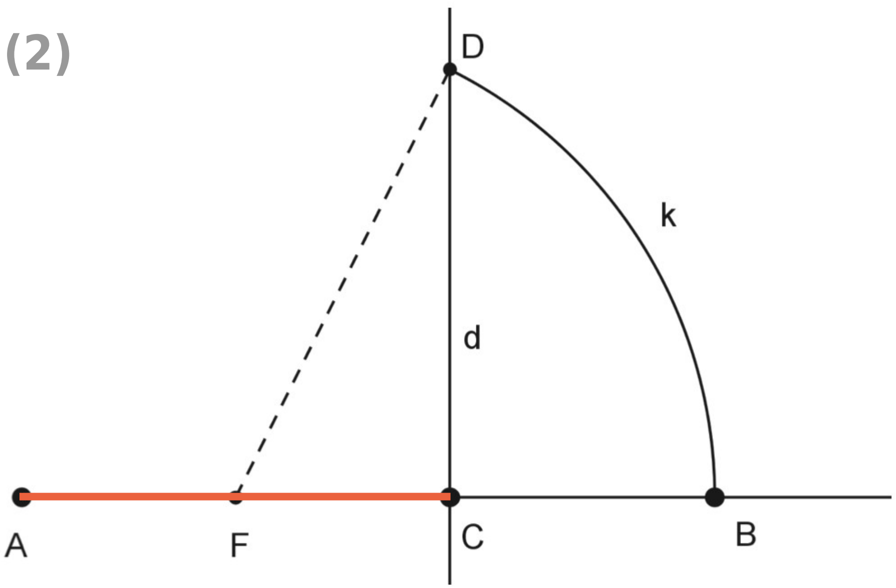
(1) známá délka celé úsečky |AB|
(2) známá délka delšího segmentu |AC|
(3) známá délka kratšího segmentu |BC|

(1)



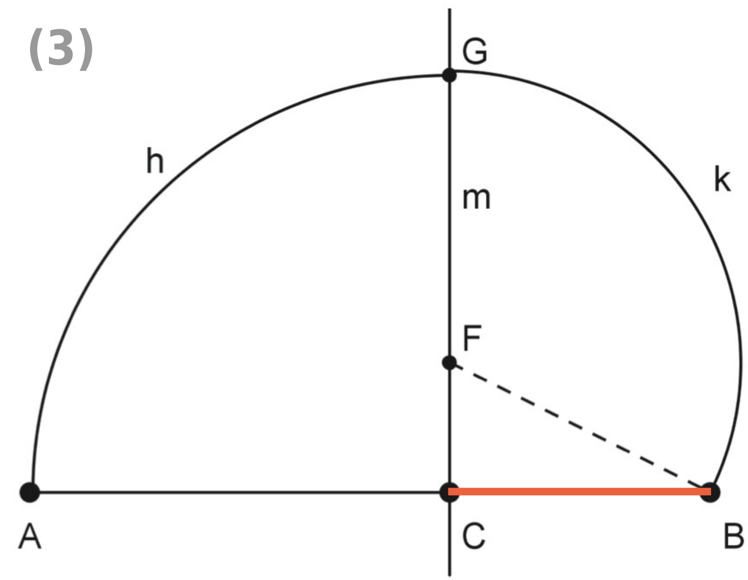
1. $\leftrightarrow p; p \perp AB, B \in p,$
2. $M; M \in p, |MB| = \frac{1}{2}|AB|,$
3. $k; k(M, |MB|),$
4. $N; N \in (k \cap AM),$
5. $h; h(A, |AN|),$
6. $C; C \in (h \cap AB).$

(2)



1. $F; F \in \frac{1}{2}|AC|$,
2. $d; d \perp AC, C \in d$,
3. $D; |CD| = |AC|, D \in d$,
4. $k; k(F, |FD|)$,
5. $B; B \in (\mapsto AC \cap k)$.

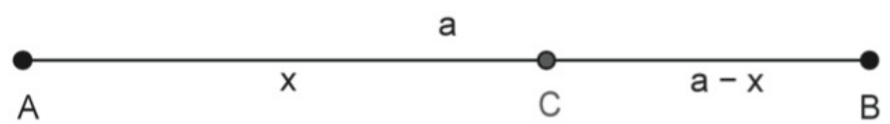
(3)



1. $\leftrightarrow m; m \perp BC, C \in m$,
2. $F; F \in m, |FC| = \frac{1}{2}|BC|$,
3. $k; k(F, |FB|)$,
4. $G; G \in (\mapsto CF \cap k)$,
5. $h; h(C, |CG|)$,
6. $A; A \in (\mapsto BC \cap h)$.

Algebra zlatého řezu

Analyticky



$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

(1)

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-1)}}{2\cdot 1} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1-\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-1)}}{2\cdot 1} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

(2)

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \tilde{\varphi}$$

Elegantní propojení algebry sčítání s algebrou násobení a mocnin

$\varphi = (\sqrt{5}+1)/2$

$\varphi' = (\sqrt{5}-1)/2$

Platí :

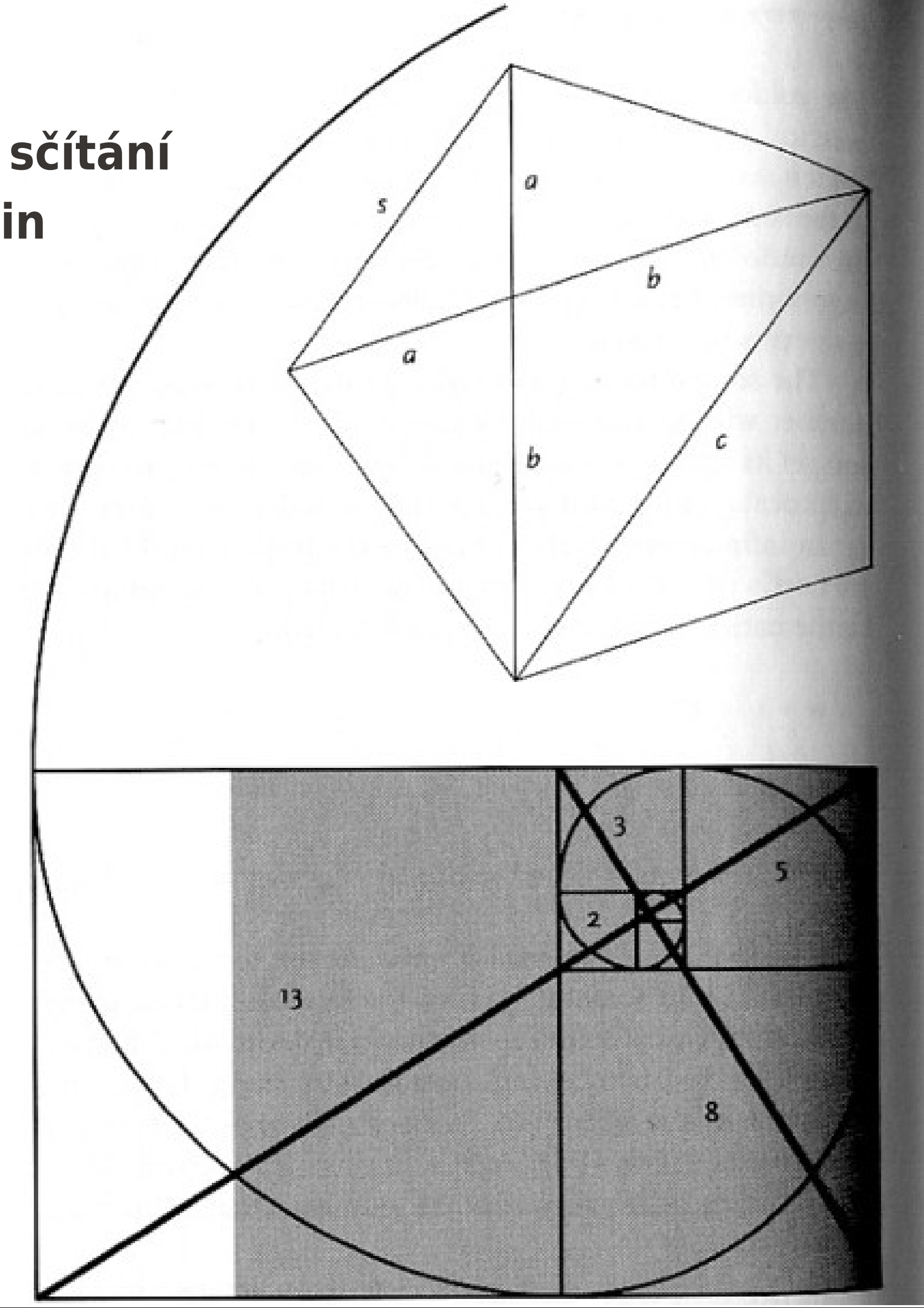
$1/\varphi = \varphi'$ →

$\varphi \cdot \varphi' = 1$

$\varphi - \varphi' = 1$

$\varphi + 1 = \varphi^2$ →

$\varphi^n = \varphi^{n-1} + \varphi^{n-2}$



Definice pomocí řetězových zlomků

Každé číslo lze vyjádřit výrazem

$a + 1 / (b + (1 / (c + 1/\ldots)))$

Iracionální čísla : nekonečný rozvoj jmenovatele

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}$$

— ‚nejiracionálnější' číslo [➡]

Pomalá konvergence, obtížnější vyjádření pomocí zlomku než jakákoli jiná iracionální čísla

Zápis pomocí mocninných řad

$$\varphi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}$$

Další výzkum v arabské matematice

v Evropě znovuobjevení zájmu až s příchodem renesance

Muhammad al-Chórezmí,
Abú Kámil

Kniha o algebře, Kniha o pětiúhelníku a desetiúhelníku

zač. 9. st. – pol. 10. st.

Leonardo Pisánský (Fibonacci)

1180–1250

Propagátor arabské a indické matematiky v Evropě

***Liber Abaci*, 1202 —**
arabské číslice (*Modus Indorum*),
poziční desítková soustava

***Practica Geometriæ*, 1223 —**
zavedení speciální součtové posloupnosti pro řešení praktických úloh

Fibonacciho posloupnost

$$F_{n+1} = F_{n-1} + F_n$$

Johannes Kepler

1571–1630

Poměr po sobě jdoucích F. čísel osciluje kolem hodnoty zlatého řezu, k němuž v nekonečnu konverguje

důkaz dává Robert Simson, zač. 18. st.

$$\lim_{n\to\infty} F_n / F_{n-1} = (1+\sqrt{5}) / 2 = \varphi$$

$$\lim_{n\to\infty} F_{n-1} / F_n = \varphi'$$

Leonhard Euler, zač. 18. st.
Jacques Binet, pol. 19. st.

$$F_n = \frac{\varphi^n - \tilde{\varphi}^n}{\sqrt{5}}$$

Renesance:
oživení zájmu o pythagorejství a platonismus

Propojení matematiky a racionální logiky s teorií vesmíru, hledání souvislostí mezi fyzikou a metafyzikou

Zkoumání umělců souvisí s perspektivou a zlatým řezem

Piero della Francesca

1412–1492

Základy aritmetiky, algebry a geometrie (prakticky i teoreticky)

Trattato d'Abaco

Libellus de Quinque Corporibus Regularibus

De Prospectiva Pingendi

Luca Pacioli

1445–1517

Zpřístupňuje Francescovy poznatky překladem do italštiny

Pro „krajní a střední poměr“ zavádí pojem božská proporce

Ἐν ἀρχῇ ἦν ὁ λόγος (Jan 1:1)

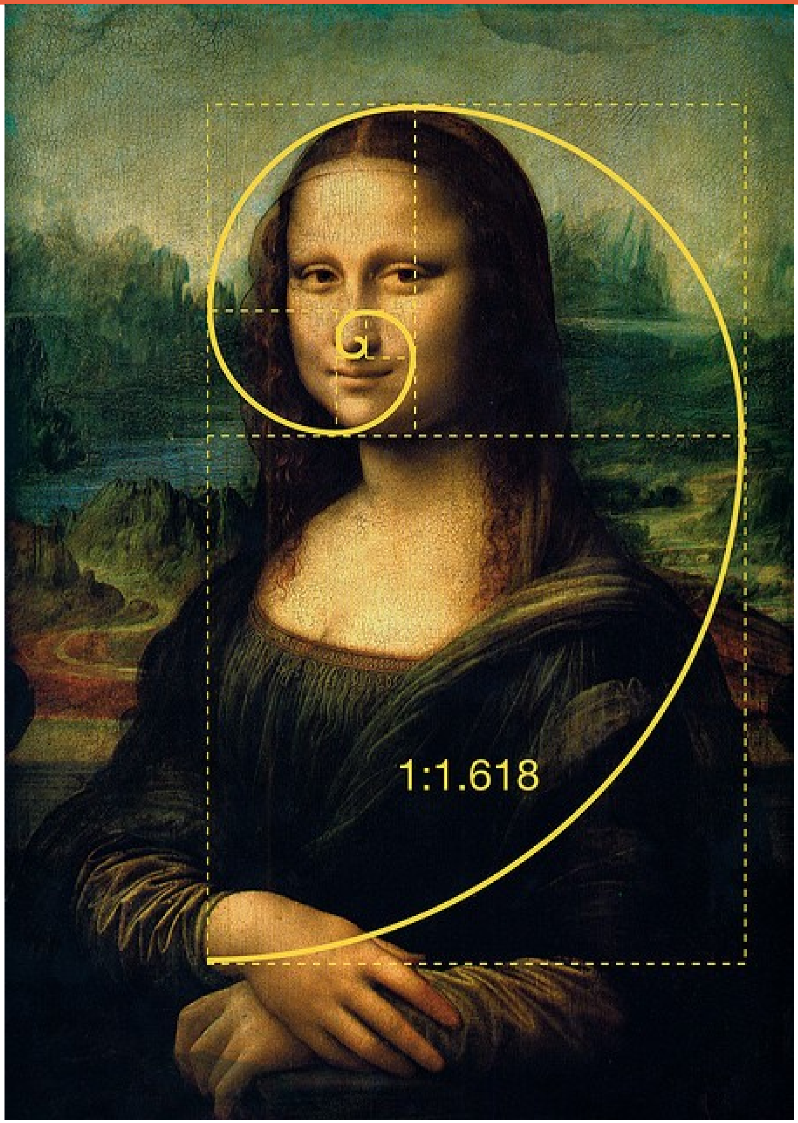
řecké λόγος znamená ‚slovo‘ i ‚poměr‘

***Divina Proportione*, 1509 — využití φ v geometrii a umění**

Knihu ilustruje Leonardo da Vinci

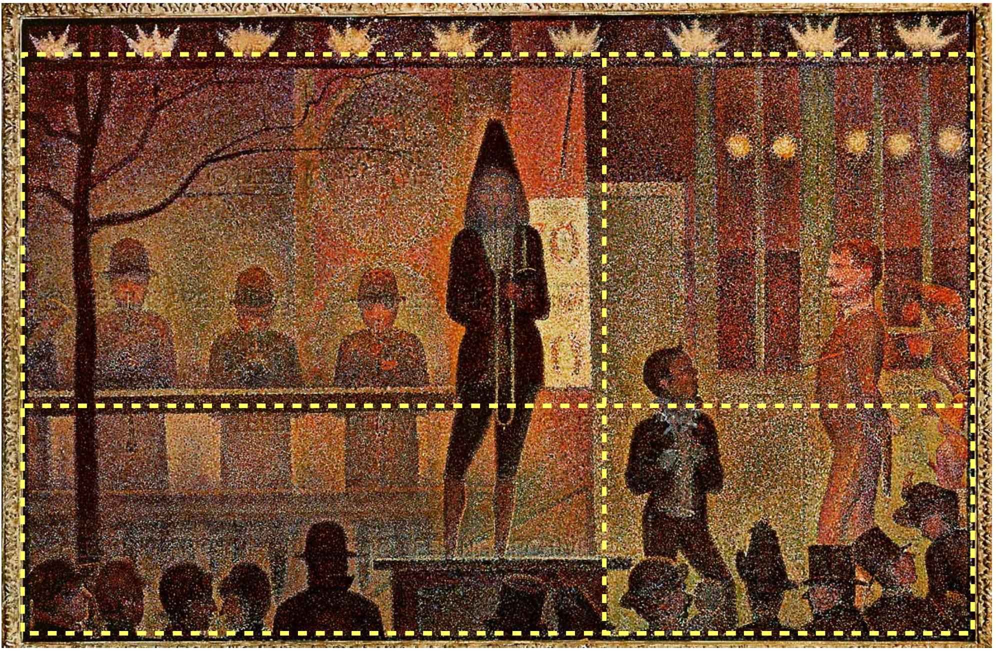
Široké rozšíření povědomí o φ i mimo matematiku

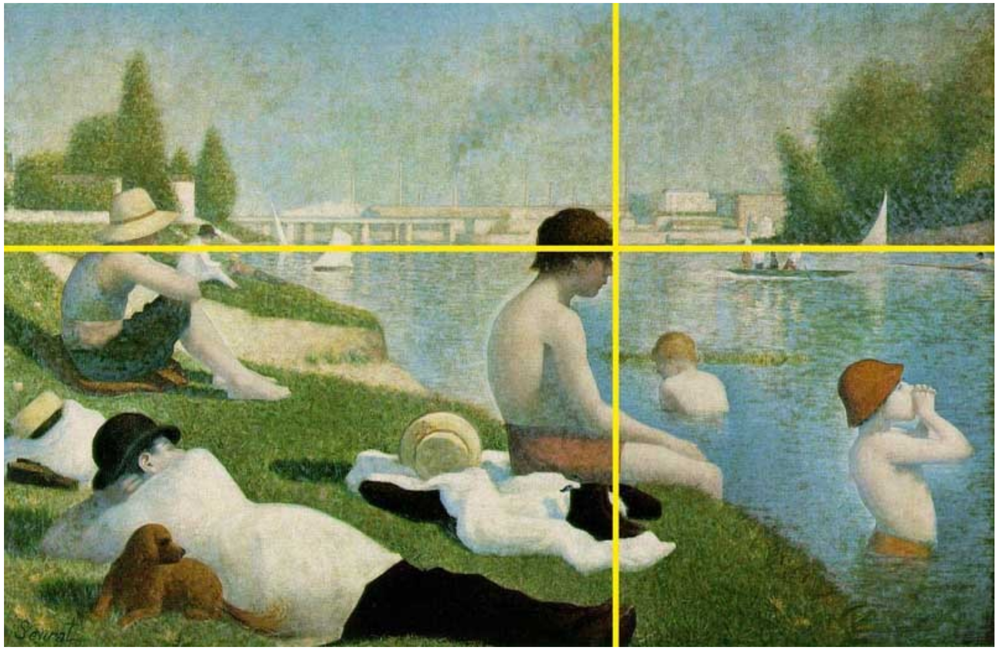
Termín „zlatý řez“ použil poprvé Martin Ohm (1835)



Leonardo da Vinci

Výskyt φ může být spekulativní,
málokdy je potvrzený samotným autorem





Georges Seurat

V r. 1912 seznamuje matematik Henri Poincaré se zlatým řezem malíře Juana Grise

V rámci kubismu vzniká *syntetický směr* založený na matematických zákonitostech

Juan Gris

ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- Cesty ke zlatému řezu
- Božská proporce
- Fibonacciho matematika
- Zlatý řez a fraktály
- Proporce v architektuře a designu

Skryté vztahy proporcí

Konvergence poměrů sousedních čísel k φ platí pro *libovolnou* rekurzivní posloupnost založenou na součtech předchozích členů

$$F(\varphi) = 1,\ \varphi,\ 1+\varphi,\ 1+2\varphi,\ 2+3\varphi, \dots$$

$$= 1,\ \varphi,\ \varphi^2,\ \varphi^3, \dots \varphi^n, \dots$$

protože $1 + \varphi = \varphi^2$

= aritmetická a zároveň geometrická posloupnost

Součet všech F. čísel od F_1 po F_n se rovná $F_{n+2} - 1$

$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 = 54 = 55 - 1$

Součet lichých počtů součinů následných F. čísel se rovná druhé mocnině F. čísla na posledním místě součtové řady

$(1\times1) + (1\times2) + (2\times3) + (3\times5) + (5\times\underline{8}) = 64 = \underline{8}^2$

Geometricky:

Jakýkoli lichý počet obdélníků se stranami rovnajícími se následným F. číslům tvoří přesný čtverec

Součet libovolných deseti po sobě jdoucích F. čísel se rovná jedenáctinásobku sedmého čísla

$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + \underline{13} + 21 + 34 + 55 = 143 = 11 \times \underline{13}$

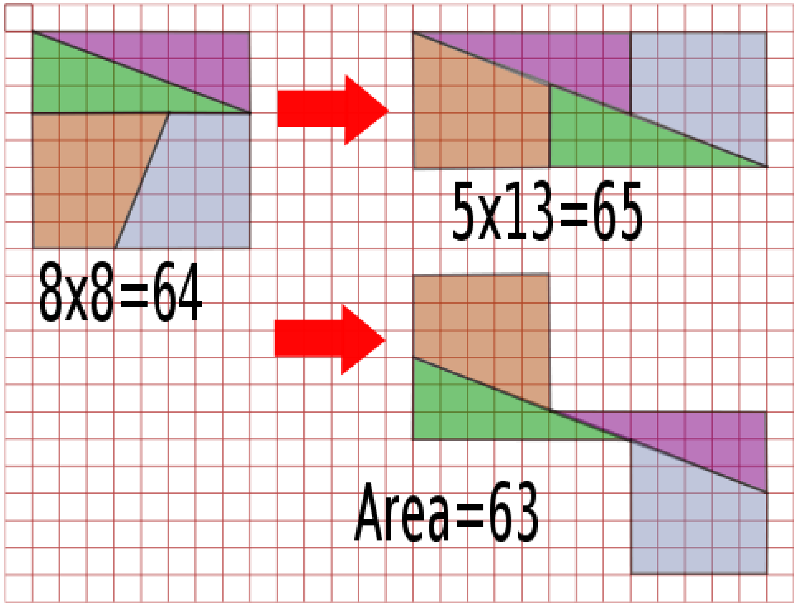
Druhá mocnina libovolného F. čísla se liší nanejvýš o jedničku od součinu F. čísel, které s umocňovaným sousedí

$13^2 = 169 = 8 \times 21 + 1$

Vztah objevil Johannes Kepler

Sam Loyd ukazuje paradox s „přebývajícím“ dílkem čtverce velikosti 8 × 8, který rozstříháme a slepíme do obdélníku 5 × 13

(Řešení: slepení není přesné, podél diagonály je mezi dílky úzká mezera = obsah jednoho dílku sítě)



Každé F. číslo, které je prvočíslem, má ve F. posloupnosti prvočíselné pořadí

s výjimkou čísla 3

1 1 <u>2</u> 3 <u>5</u> 8 <u>13</u> 21 34 55 <u>89</u> 144 <u>233</u>

Naopak vztah neplatí !

Součet nekonečného desetinného rozvoje řady začínající členem F_1 na pozici setiny je roven číslu 1 / 89

zlatý řez není jediný „pevný bod“

$$\sum_{n=1..\infty} F_n \times 10^{-(n+1)} = 1/89$$

0,01 + 0,001 + 0,000 2 + 0,000 03 + 0,000 005 + … = 1 / 89

Číslice na pozici jednotky se ve F. posloupnosti opakují s periodou 60

Poslední dvojčíslí má periodu 300, poslední trojčíslí 1 500

1774, Joseph Louis Lagrange

1963, Stephen Geller (IBM 1620):
poslední čtveřice má periodu 15 000,
pětice 150 000, šestice 1 500 000

Pro jakýkoli počet n posledních číslic členů F. posloupnosti, $n \geq 3$, je jejich periodicita rovna $15 \times 10^{n-1}$

1963, Dov Jarden

Mějme jakákoli čtyři po sobě jdoucí F. čísla
a, b, c, d. Potom vztahy:

$$a \times d$$
$$2\,b \times c$$
$$b^2 + c^2$$

určují členy pythagorejské trojice

Navíc délka přepony $b^2 + c^2$ je sama F. číslem

1948, Charles Raine

Pythagorejské trojúhelníky —
pravoúhlé s celočíselnou délkou stran:

(3 – 4 – <u>5</u>), (5 – 12 – <u>13</u>), (16 – 30 – <u>34</u>), (39 – 80 – <u>89</u>) …

→ každé druhé F. číslo ≥ 5 je přeponou pythagorejského trojúhelníka

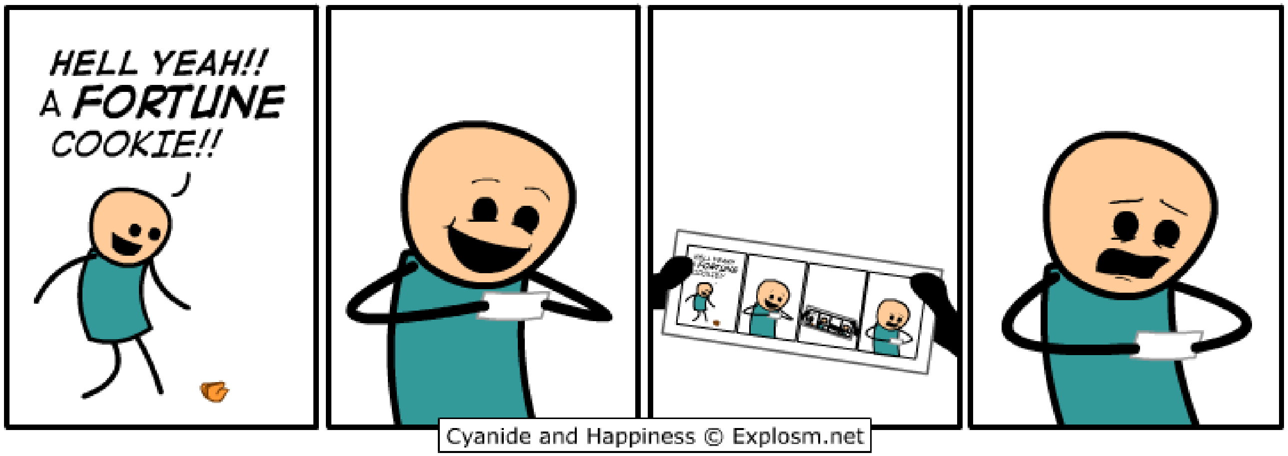
ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- Cesty ke zlatému řezu
- Zlatý řez
- Fibonacciho matematika
- **Zlatý řez a fraktály**
- Proporce v architektuře a designu

Fibonacciho posloupnost je jednorozměrný fraktál

Pro fraktály charakteristická

- → **nekonečná strukturní složitost**
- → **soběpodobnost nezávisle na měřítku**



Cyanide and Happiness [➡]

Potřebujeme potvrdit, že Fibonacciho posloupnost je složitá více než jiné posloupnosti stejné třídy a že se v ní opakují strukturní vzory libovolné velikosti ve všech měřítcích

Ad složitost:

Použijeme přepisovací pravidla A → AB, B → A

1. A
2. AB
3. ABA
4. ABA AB
5. ABA ABA BA
6. ABA ABA BAA BAA B
7. ABA ABA BAA BAA BAB AAB ABA

Jednoduchá pravidla generují neperiodickou, rychle rostoucí posloupnost znaků

Každý následující řetězec vznikne tak, že k poslednímu řádku zprava přidáme předcházející

platí od druhého řádku

Počet A v jednotlivých řádcích tvoří F. posloupnost; počet B od druhého řádku rovněž

v každém řádku zakódovány
dva sousední členy F. posloupnosti

S rostoucí délkou řetězce se poměr A a B blíží zlatému řezu = nejimaginárnějšímu z poměrů

→ strukturní složitost potvrzena

Ad soběpodobnost:

Posloupnost čteme sekvenčně zleva

A B A A B A B A A B A A B A B A A B A B A

Kdykoli načteme A, označíme skupinu tří znaků

Kdykoli načteme B, označíme skupinu dvou znaků

označované řetězce se nepřekrývají

A B A · A B · A B A · A B A · A B · A B A · A B · A B A

Z každé označené skupiny odebereme poslední znak

A B A · A B · A B A · A B A · A B · A B A · A B · A B A

Dostaneme opět původní posloupnost

A B A A B A B A A B A A B …

= příslib opakovaného vzorce

Zvolíme řetězec a označíme všechny jeho výskyty v posloupnosti

Př.: zvolme A B

<u>A B</u> · A · <u>A B</u> · <u>A B</u> · A · <u>A B</u> · A · <u>A B</u> · <u>A B</u> · A · <u>A B</u> · <u>A B</u> · A

Vytvoříme novou posloupnost tak, že označíme počet míst, o něž se zvolený řetězec bude muset posunout, aby se plně kryl s následujícím

2 1 2 2 1 2 1 …

A B A A B A B A A B A A B A B A A B A B A

Délky posunutí vytvářejí ‚zlatou' posloupnost

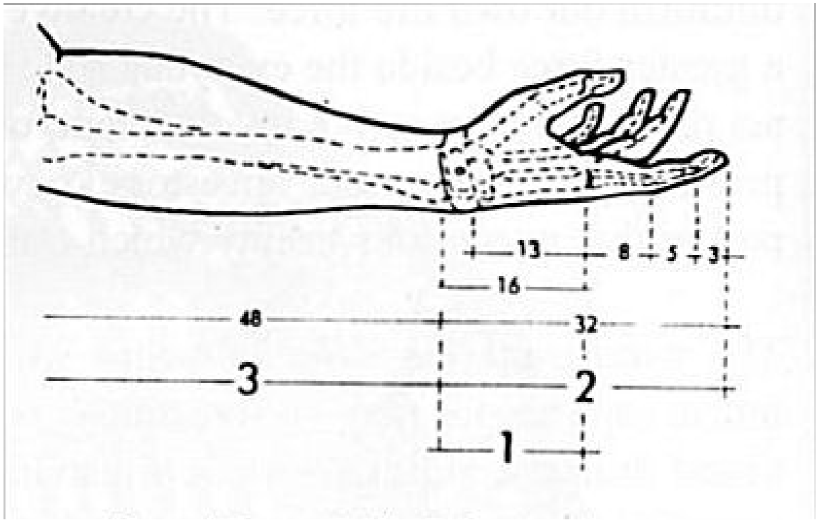
***Libovolná* opakovaná sekvence se v posloupnosti vyskytuje podle téhož strukturního vzorce**

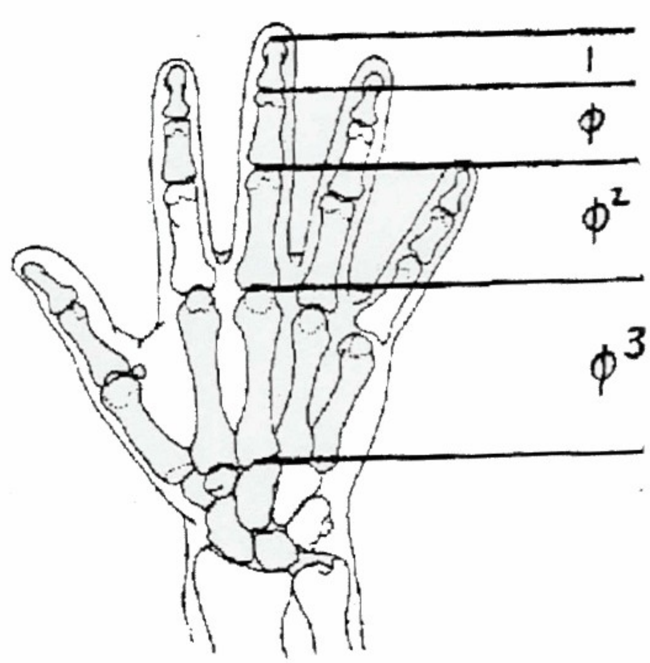
→ soběpodobnost potvrzena

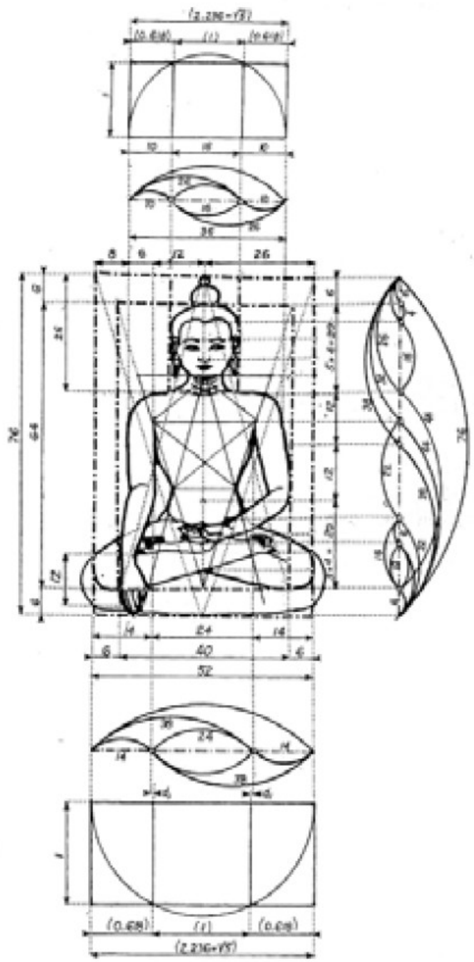
ESTETICKÉ PROPORCE

- Archeologie čísel
- Cesty ke zlatému řezu
- Božská proporce
- Fibonacciho matematika
- Zlatý řez a fraktály
- **Proporce v architektuře a designu**

Zlatý řez v lidských proporcích







[➡]

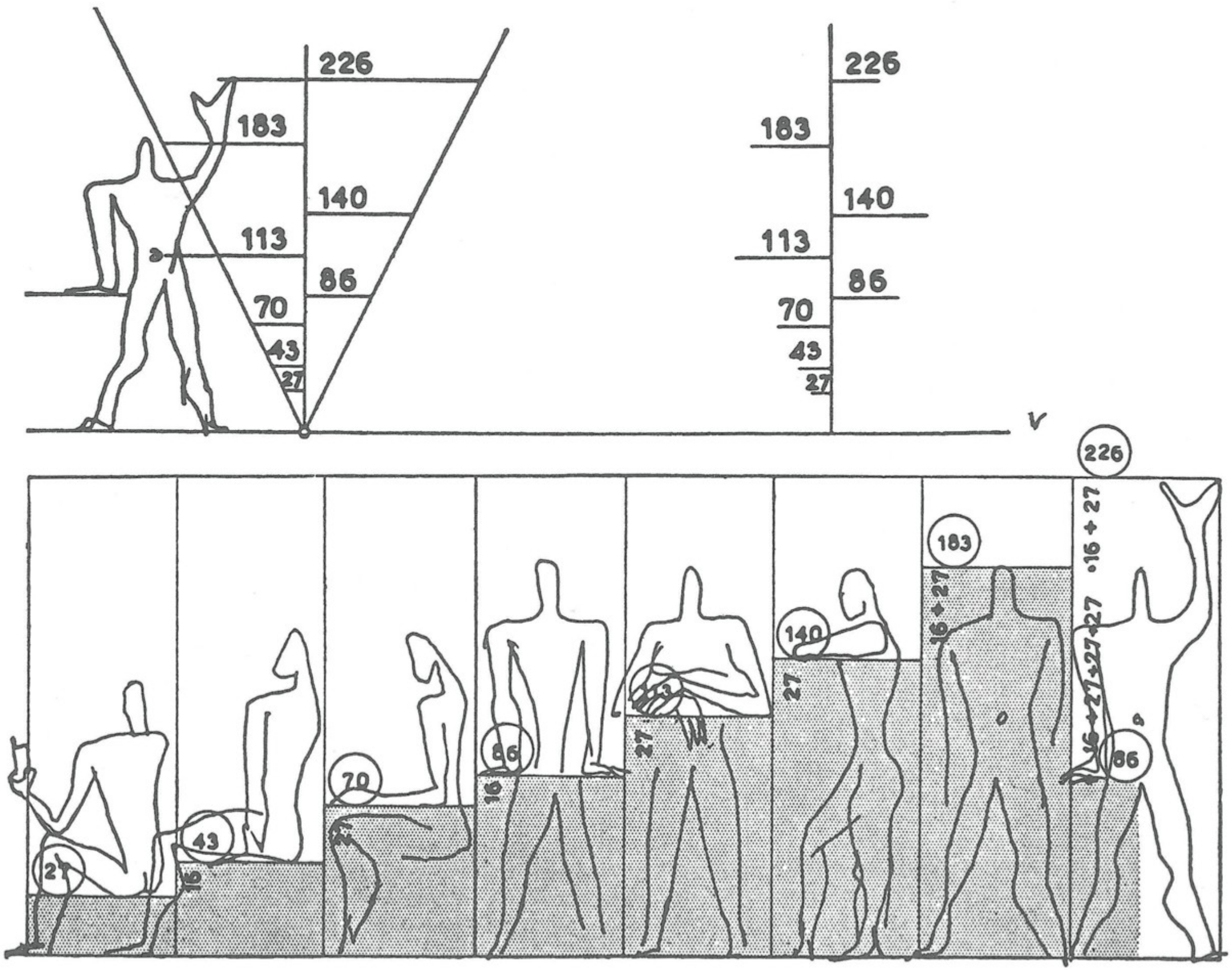
Příroda totiž vytvořila lidské tělo tak, že obličej od brady k hornímu konci čela k začátku vlasových kořínků měří $\frac{1}{10}$ těla a stejně tolik i natažená dlaň od kloubu v zápěstí ke konečku prostředního prstu...

Přirozeným středem lidského těla je pupek. Položí-li se totiž člověk naznak s roztaženýma rukama i nohama a umístí-li se střed kružítka na jeho pupek, bude se čára opsané kružnice dotýkat prstů obou rukou i nohou. Stejně tak jako se podává na lidském těle obrazec kružnice, právě tak lze na něm zjistit i obrazec čtverce...

Vytvořila-li tedy příroda lidské tělo tak, aby proporce jeho částí zachovávaly daný poměr k jeho celkovému útvaru, je zřejmé, že předchůdci důvodně zavedli, aby se i při stavebních výtvorech zachovával přesný rozměrový soulad jejich jednotlivých částí v poměru ke vzhledu celkového útvaru...

Marcus Vitruvius Pollio

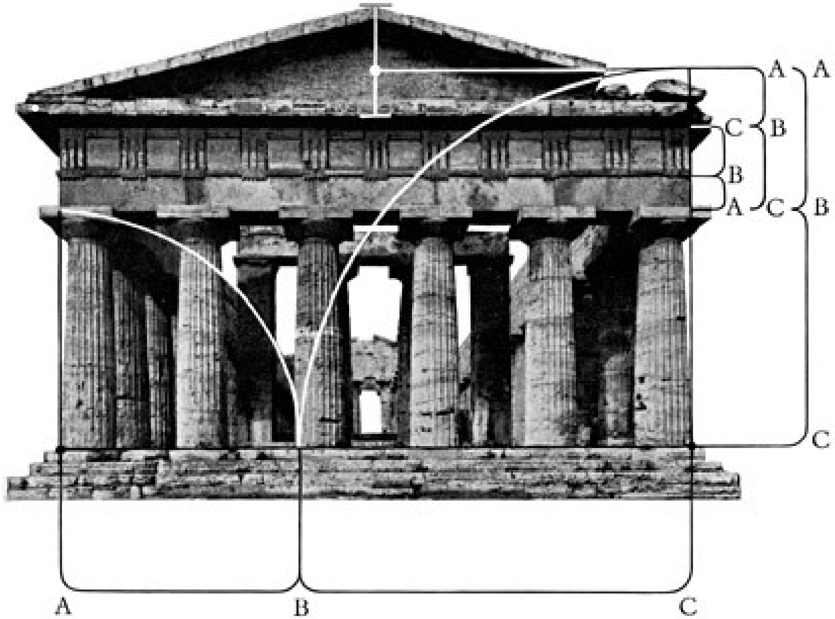
***De architectura libri decem*, 1. st. př. n. l.**

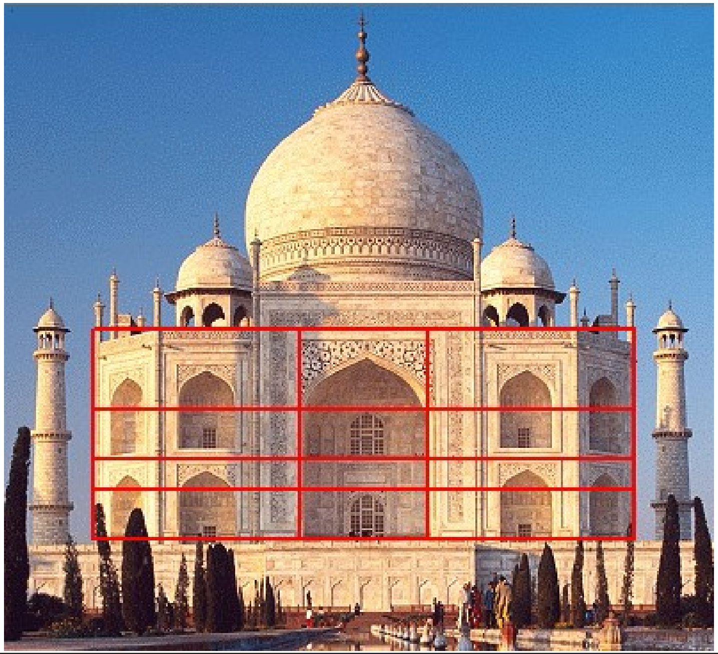


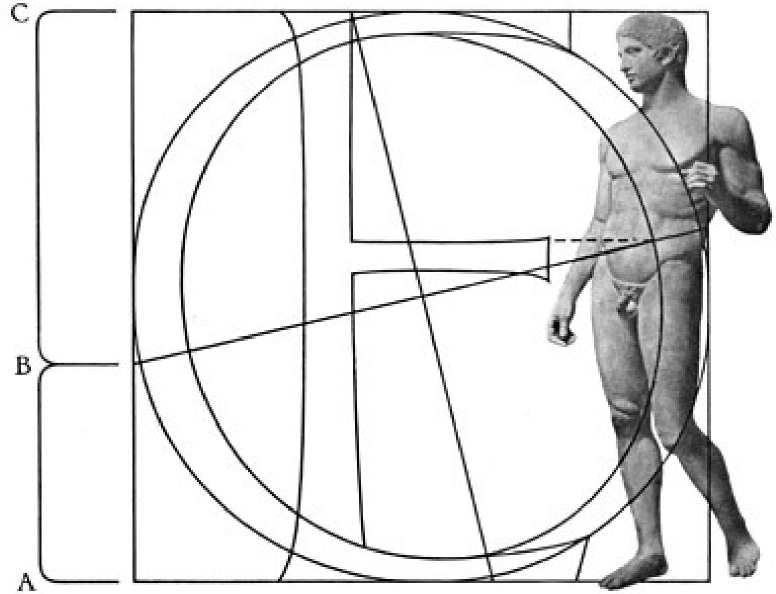
Modulor

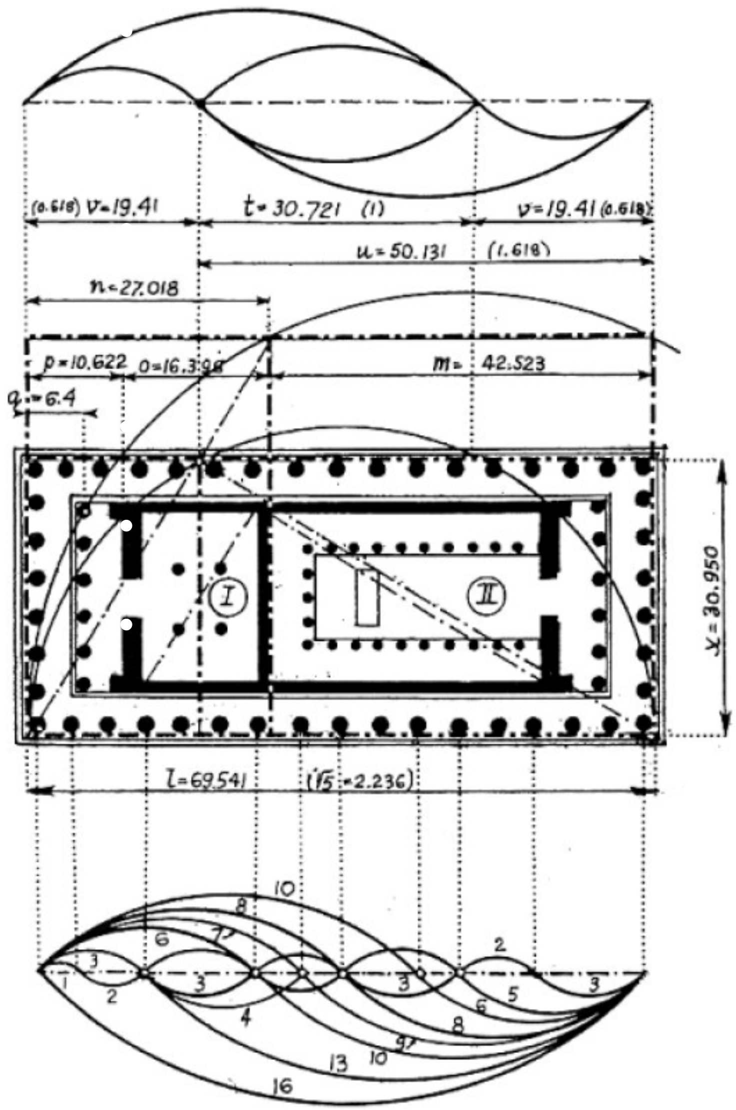
1948, Le Corbusier

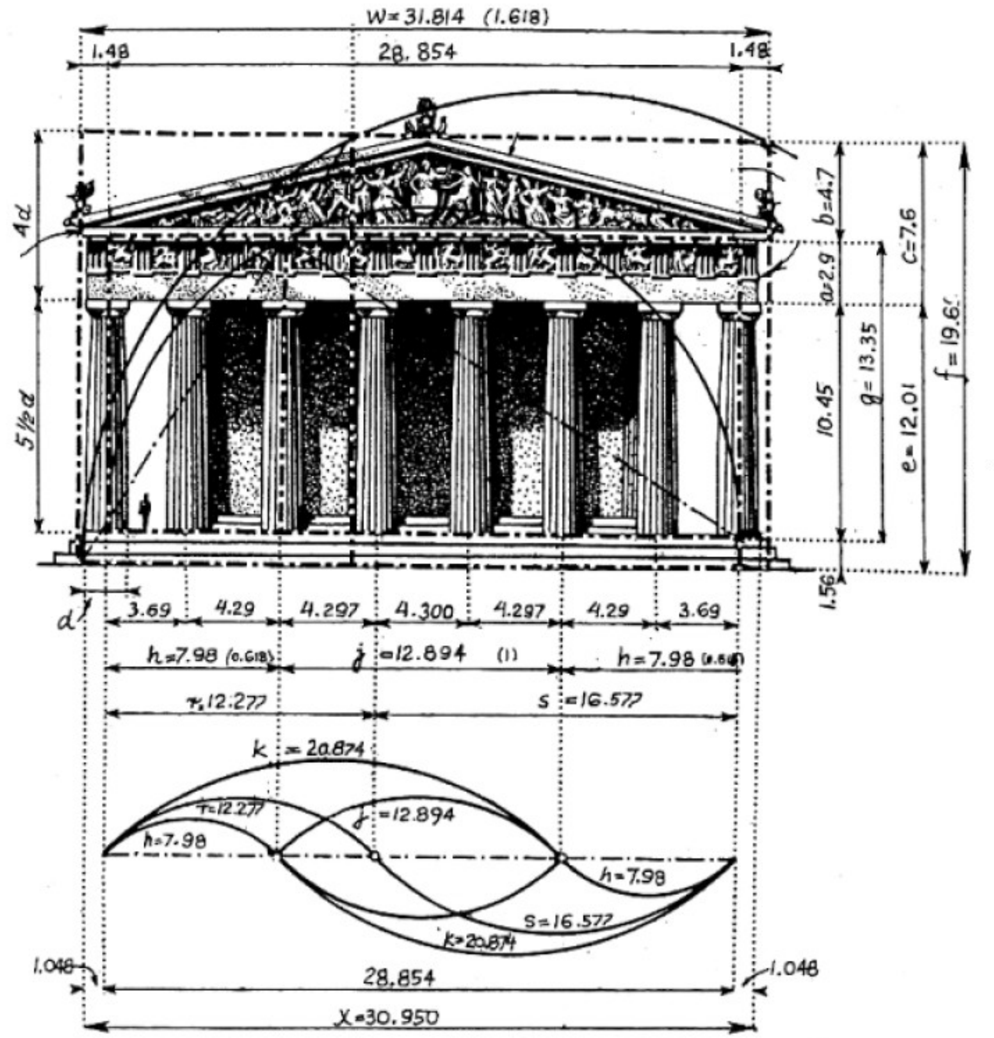
Zlatý řez v architektuře a designu









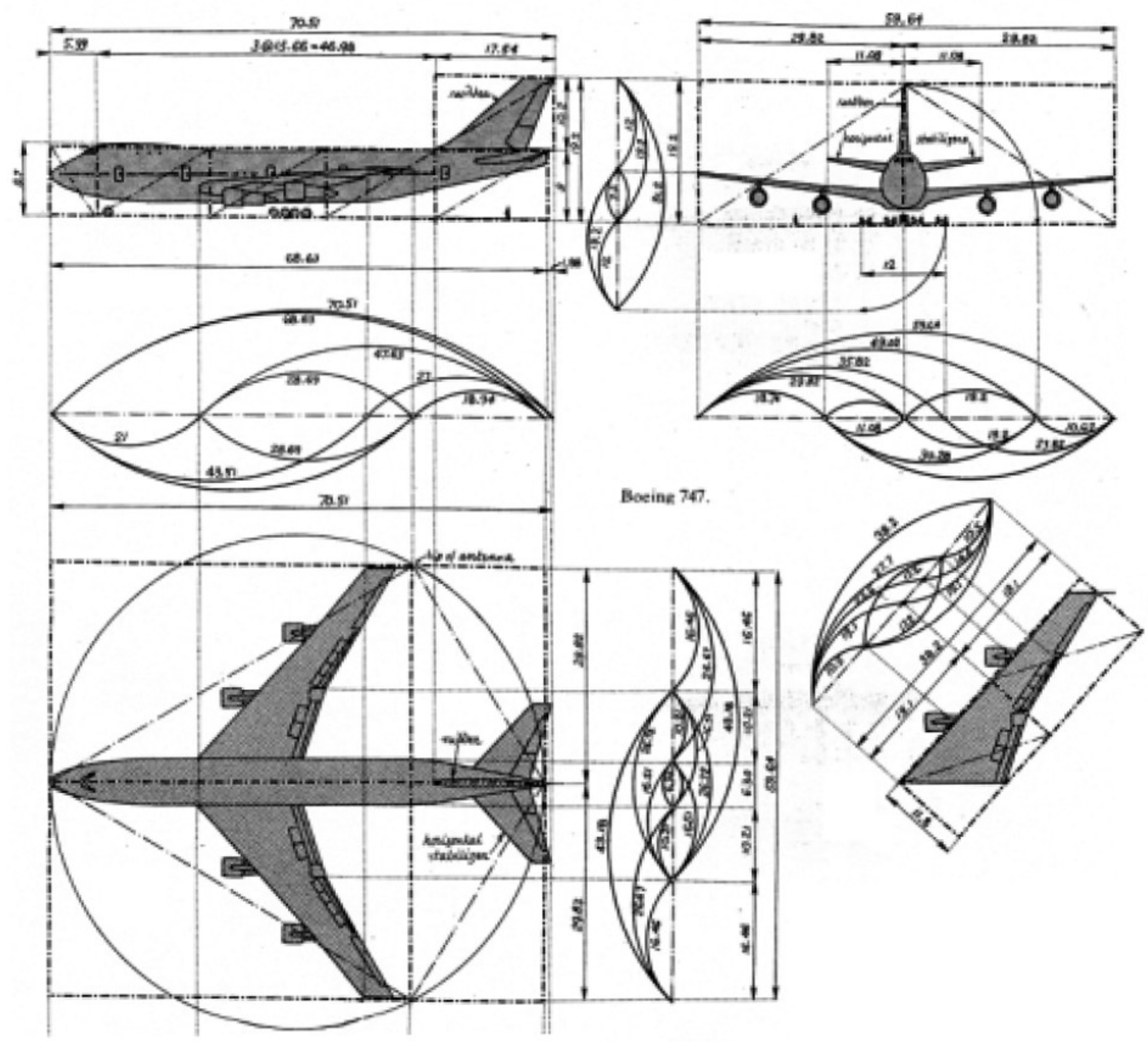


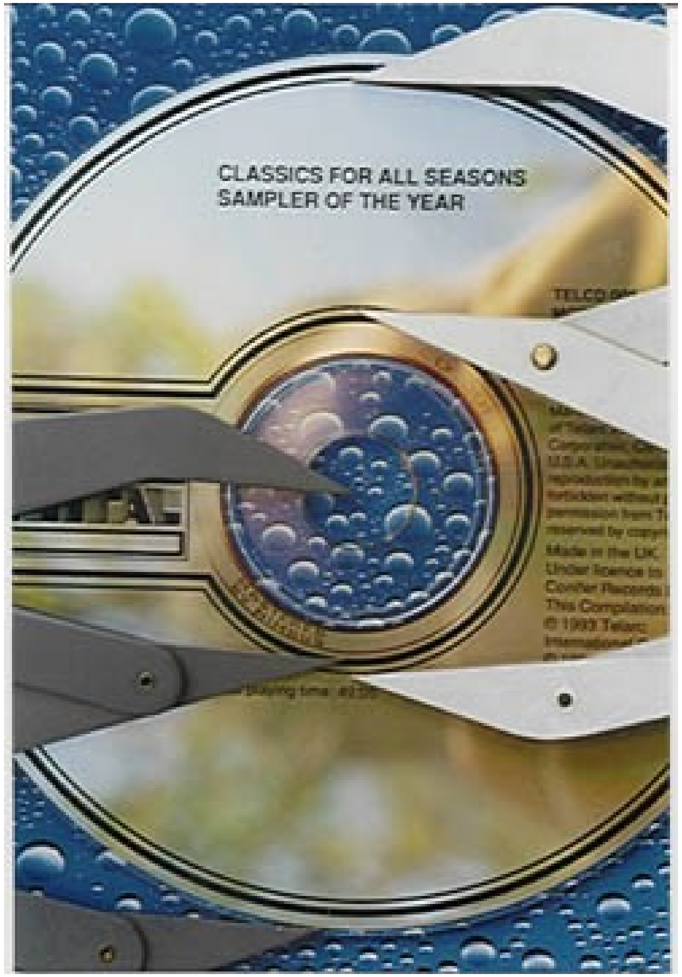
Parthenón

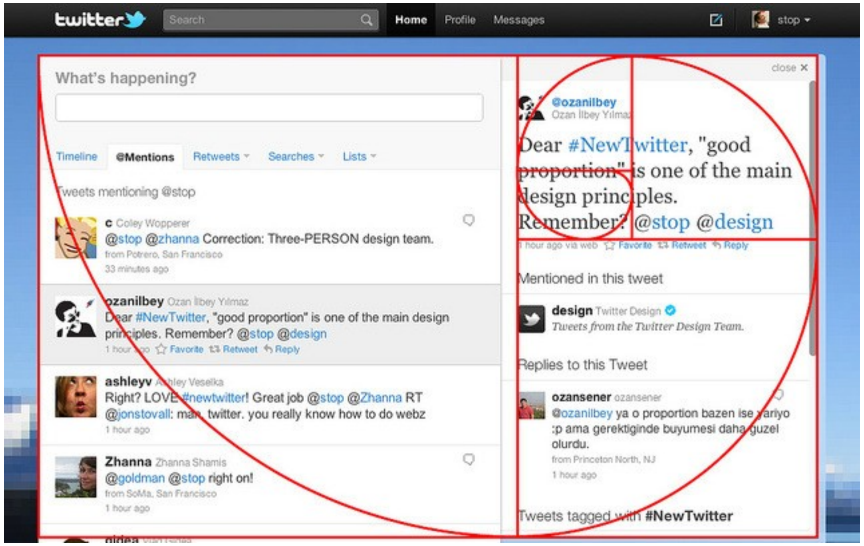
440 př. n. l.

Ludwig Mies van de Rohe,
Farnsworth House (1945–1951)

Boeing 747




CLASSICS FOR ALL SEASONS
SAMPLER OF THE YEAR


twitter
Search
Home
Profile
Messages
What's happening?
Timeline
@Mentions
Retweets
Searches
Lists
Tweets mentioning @stop
@stop @zhanna Correction: Three-PERSON design team.
ozanilbey Ozan Ilbey Yilmaz
Dear #NewTwitter, "good proportion" is one of the main design principles. Remember? @stop @design
ashleyv
Right? LOVE #newtwitter! Great job @stop @Zhanna RT @jonstovall: man, twitter. you really know how to do webz
Zhanna Zhanna Shamis
@goldman @stop right on!
@ozanilbey
Dear #NewTwitter, "good proportion" is one of the main design principles. Remember? @stop @design
Mentioned in this tweet
design Twitter Design
Tweets from the Twitter Design Team.
Replies to this Tweet
ozansener
@ozanilbey ya o proportion bazen ise yariyo :p ama gerektiginde buyumesi daha guzel olurdu.
Tweets tagged with #NewTwitter


HELVETIA
sia 1837–1987
80
STEPHAN BUNDI
1987
COURVOISIER

Krása v překvapení

Potěšení, které z matematiky máme, se zakládá zejména na momentu překvapení, který pociťujeme při setkání s nečekanými vztahy a spojeními

Mario Livio

Zlatému řezu se vždy „nečekaně“ podaří zjevit se v souběhu jednoduchosti a složitosti, na hranici součtové a mocninné algebry, v průsečíku eukleidovské a fraktální geometrie

Viswanathova posloupnost

1999, Diwakar Viswanath

Náhodnostní varianta Fibonacciho posloupnosti

Namísto rekurzivního sčítání
náhodně poslední číslo od předposledního
odečteme nebo je k němu přičteme

F. posloupnost je jednou z Viswanathových posloupností
s konstantní pravděpodobností součtu

Členy F. posloupnosti se rychle zvyšují podle
mocniny zlatého řezu

Problém: Existuje nějaký podobný vzorec
pro náhodně generovanou posloupnost ?

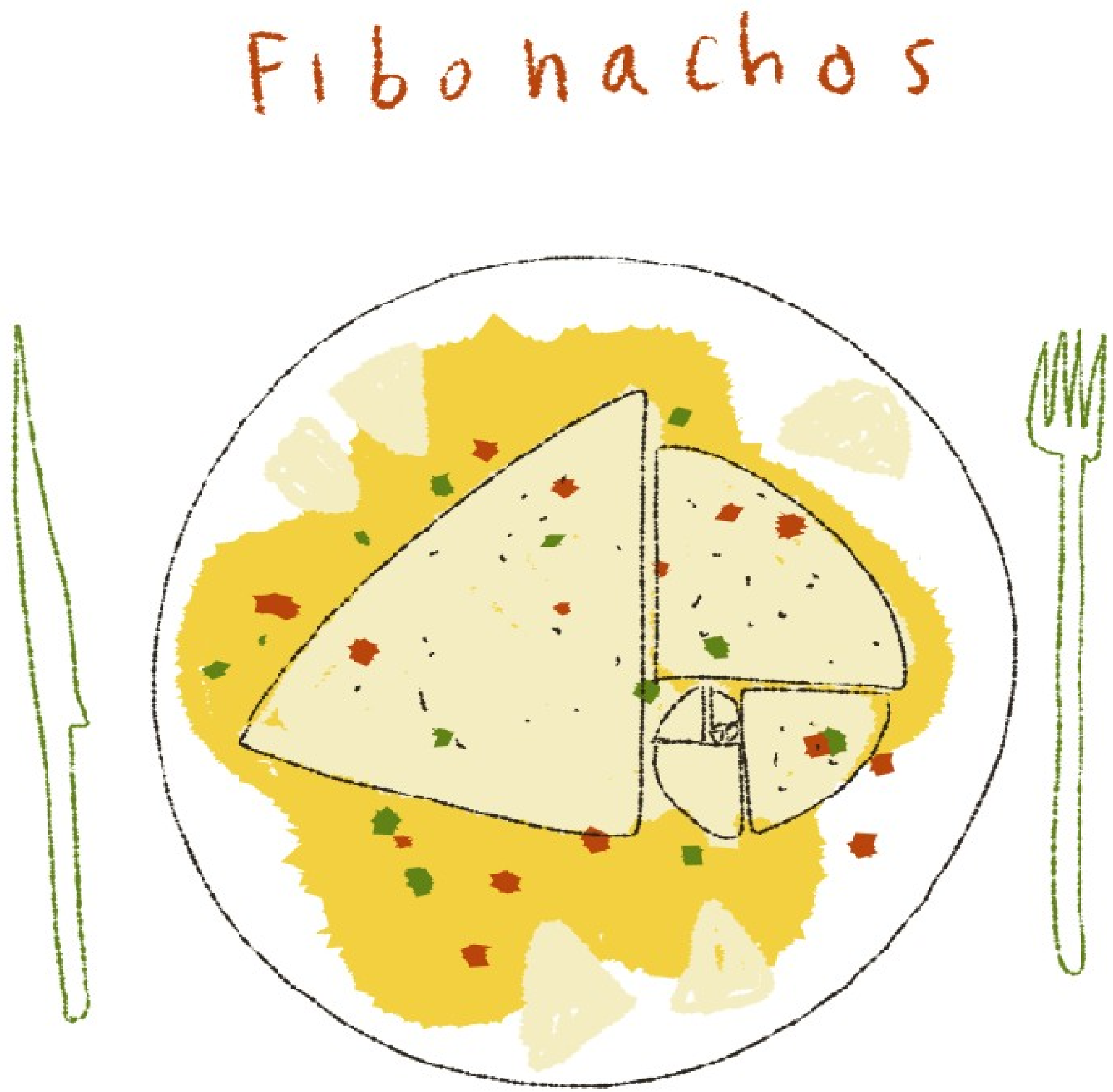
Absolutní hodnota členů každé Viswanathovy náhodné posloupnosti se zvyšuje předvídatelnou rychlostí

Konkrétně, číslo na *n*–té pozici bude s pravděpodobností přímo úměrnou *n* konvergovat k hodnotě

$$1{,}131\,988\,24\ldots^{n}$$

I zcela náhodný postup může vést k deterministickému výsledku !

… a Fibonacciho posloupnost nás i po 800 letech může stále překvapit



Tiffany Ford